

Alameda 3363  
Estación Central-Santiago  
Tel. +56 2 7180765  
<http://www.economia.usach.cl/>

Universidad de Santiago de Chile



## Departamento de Economía

### Serie de Documentos de Trabajo

Pronósticos de la Volatilidad y Cambios de Régimen  
en el Mercado Financiero Chileno  
GARCH versus MRS-GARCH

Autor:

Rodrigo Aranda (Universidad de Santiago)

WP 2012 - N°07



# Pronósticos de Volatilidad y Cambios de Régimen en el Mercado Financiero Chileno GARCH versus MRS-GARCH\*

Rodrigo F. Aranda\*\*  
Departamento de Economía  
Universidad de Santiago de Chile

Primer Borrador: Noviembre 2011  
Esta Versión: Octubre 2012

## Resumen

Utilizando una muestra del Índice Selectivo de Acciones de Chile, IP-SA, este artículo explora y evalúa la capacidad predictiva de los modelos GARCH, con y sin cambio de régimen, para pronosticar los retornos del índice accionario en el mercado chileno. Los resultados muestran que los modelos GARCH Asimétricos superan a los MRS-GARCH, a pesar de las enormes ventajas de modelación de estos últimos. Una explicación para ello es que, a pesar de experimentar cambios de régimen como resultados de shocks, el bajo nivel de desarrollo del mercado financiero doméstico hace que la naturaleza de los shocks sea más importante que el shock mismo, al momento de comprender la persistencia de la volatilidad en períodos de alta y baja volatilidad.

**Keywords:** Modelos GARCH; Cambios de Régimen; Markov Switching GARCH; Pronósticos de Volatilidad; Evaluación de Pronósticos.

**JEL Code:** C22, C52, C53.

---

\*Se agradece a Juri Marcucci por proporcionarnos sus rutinas de estimación en Matlab, y los valiosos comentarios de Roberto Santillán, Francisco Venegas y los demás asistentes a la 12ava versión de la Conferencia Internacional de Finanzas (IFC), realizada en Medellín, Colombia, en Octubre 8-11. Sin embargo, cualquier error es de responsabilidad del autor.

\*\*Correspondencia a: Departamento de Economía, Universidad de Santiago de Chile. Av. Bernardo O'Higgins 3363. Santiago, Chile. Tel: + (562) 718-0750. E-mail: rodrigo.aranda@usach.cl

## 1. Introducción

En las últimas décadas ha habido un creciente interés por analizar las características de los retornos accionarios. Los atributos de esta distribución son un supuesto decisivo en el análisis de carteras de activos, en el desarrollo de modelos teóricos de valoración de activos y de sus derivados, y en el análisis de riesgo financiero. Particular relevancia ha tenido el análisis del segundo momento de la distribución de los retornos: la volatilidad.

Es bien sabido que, en datos financieros de alta frecuencia, la volatilidad es variable en el tiempo y que los períodos de alta volatilidad tienden a agruparse. Para capturar estos fenómenos, muchos autores han utilizado los modelos ARCH, introducidos primero por Engle (1982) y posteriormente generalizados en el modelo GARCH por Bollerslev (1986). Por lo general, este tipo de modelos mejora apreciablemente el ajuste a los datos en comparación con modelos con varianza constante y, como concluyen Andersen y Bollerslev (1993), proporcionan buenos pronósticos de volatilidad. Además, tienen la gran ventaja de ser modelos relativamente simples y fáciles de implementar, y capturan tres características comunes en los retornos financieros: en primer lugar el agrupamiento de volatilidad antes mencionado, en el sentido que grandes cambios en la volatilidad tienden a ser seguidos por grandes cambios y que pequeños cambios en la volatilidad tienden a ser seguidos por pequeños cambios. El segundo es el fenómeno de exceso de kurtosis (fat tailedness), en el sentido que los retornos financieros con frecuencia despliegan colas más pesadas que la distribución normal estándar. Tercero, el efecto leverage, que indica que retornos negativos resultan en una mayor volatilidad que retornos positivos de la misma magnitud.

No obstante, se ha comprobado que los pronósticos basados en modelos de la familia GARCH son demasiado variables y que los parámetros estimados de este tipo de modelos con frecuencia implican una alta persistencia en la volatilidad condicional de los retornos financieros ante shocks individuales. Por lo tanto, este tipo de modelos es incapaz de capturar el hecho que, en ciertas ocasiones, los shocks tienen el efecto de “liberar presión” sobre el sistema; esto es, un shock particular es seguido por un período de baja volatilidad, más que alta volatilidad. Aparentemente es la elevada persistencia de la volatilidad la que hace que los pronósticos con modelos GARCH estándar sean demasiado variables.

Lamoureux y Lastrapes (1990), entre otros, muestran que la alta persistencia en la volatilidad en los modelos GARCH puede originarse en cambios estructurales en el proceso de la varianza. Estos autores muestran que cualquier desplazamiento en la varianza condicional de una serie de tiempo probablemente llevará a una mala estimación de los parámetros del modelo GARCH, de forma tal que impliquen una persistencia demasiado elevada en la volatilidad.

Por ejemplo, si la varianza es alta pero constante durante cierto período de tiempo, pero baja y constante en otro período, la persistencia de esos períodos heterocedásticos altos y bajos efectivamente resultará en una volatilidad persistente

en toda la muestra, y un modelo GARCH que no capture la persistencia de tales períodos le asignará toda la persistencia en la volatilidad a la persistencia de los shocks individuales. Esto implicará que el o los parámetros de persistencia estimados para el modelo GARCH tendrán un sesgo hacia arriba, induciendo la elección de un modelo IGARCH (Lamoureux y Lastrapes, 1990), cuando lo correcto sería considerar que los parámetros del modelo no son constantes a lo largo de la muestra (Krämer et al., 2007).

Estos cambios estructurales en el proceso de la varianza pueden tener su origen en cambios en el entorno económico, como por ejemplo debido a crisis financieras internacionales, cambios regulatorios, etc.

Una alternativa para introducir períodos con diferentes varianzas no condicionales; es decir, para endogenizar los cambios en el proceso generados de los datos de volatilidad, es el uso de modelos Markovianos de cambio de Régimen (MSR). Es así como Hamilton y Susmel (1994) señalan que la elevada pero espúrea persistencia en los modelos GARCH puede ser superada si se combinan modelos markovianos de cambio de régimen con modelos ARCH, e introducen el modelo ARCH con Cambio de Régimen Markoviano o simplemente modelo SWARCH.

Este artículo compara diferentes especificaciones de modelos GARCH en términos de su capacidad para describir y pronosticar la volatilidad de un índice accionario en la economía chilena, para horizontes de tiempo que van desde un día a un mes. Con el fin de tomar en cuenta la excesiva persistencia que habitualmente se encuentra en el uso empírico de los modelos GARCH, que indican pronósticos de volatilidad demasiado suaves y demasiado elevados, se analiza también el desempeño de modelos GARCH Markovianos con Cambio de Régimen, o modelos MRS-GARCH, en que los parámetros pueden variar entre un régimen de baja volatilidad a un régimen de alta volatilidad.

Con respecto a las innovaciones, se consideran distribuciones de probabilidad tanto gaussianas como de colas anchas. Con el fin de capturar la posibilidad de kurtosis que varía en el tiempo, también se contempla la posibilidad que los grados de libertad de las distribuciones puedan depender del estado o régimen de volatilidad.

El análisis empírico muestra que, al menos en el mercado de valores chileno, los modelos GARCH asimétricos, particularmente del tipo GJR, no son superados por modelos MRS-GARCH más sofisticados en pronosticar la volatilidad para distintos horizontes de tiempo, de acuerdo a un amplio conjunto de funciones estadísticas de pérdida. Estos resultados son confirmados por el test de igual capacidad predictiva de Diebold y Mariano como por los tests de capacidad predictiva superior, como el de Chequeo de Realidad de White y el test SPA de Hansen, que rechazan la presencia de un mejor modelo que un GJR-GARCH.

La estructura del artículo es la siguiente. En la sección 2 presenta el enfoque econométrico utilizado en este artículo; la sección 3 presenta y discute los resultados empíricos. Finalmente, la sección 4 concluye.

## 2. Modelación de la Volatilidad y Evaluación de Pronósticos

Gran parte de la modelación de la volatilidad en los mercados accionarios se ha basado fundamentalmente en el modelo de volatilidad condicional autoregresiva (ARCH) introducido por Engle (1982) y el modelo de volatilidad condicional autoregresiva generalizado (GARCH) de Bollerslev (1986). Tales modelos han sido ampliamente utilizados en la literatura financiera debido a su capacidad para modelar el bien conocido fenómeno de agrupamiento de volatilidad (volatility clustering); esto es, la tendencia de que grandes (pequeños) cambios en el precios de los activos son seguidos por mayores (menores) cambios. Una característica común de la familia de modelos ARCH y GARCH es que por lo general éstos implican un alto grado de persistencia en la volatilidad condicional.

Sin embargo, como señala Diebold (1986), este alto grado de persistencia puede ser espúrea si existen cambios estructurales en la volatilidad condicional, quizás debido al aumento en la presencia de outliers como consecuencia de importantes shocks de volatilidad que pueden ocurrir durante las crisis financieras. En tal caso, los modelos ARCH y GARCH sobrestiman la verdadera varianza del proceso. En la misma dirección, Lamoureux y Lastrapes (1990) señalan que la alta persistencia que aparece en los modelos ARCH-GARCH convencionales se puede originar por cambios estructurales en el proceso de la varianza, y encuentran que la introducción de saltos determinísticos en la varianza condicional llevan a una marcada reducción en el grado de persistencia. Estos resultados sugieren que los modelos ARCH-GARCH estándar pueden ser una especificación incorrecta en presencia de cambios estructurales en el proceso de la volatilidad.

Con el propósito de describir y pronosticar la volatilidad de los retornos accionarios, y siguiendo a Marcucci (2005), en este artículo se comparan diferentes especificaciones de modelos de volatilidad de la familia GARCH, considerando supuestos alternativos sobre la distribución de las perturbaciones estocásticas. Para tomar en cuenta la excesiva persistencia que generalmente se encuentra en modelos GARCH, que implican pronósticos de volatilidad demasiado suaves y elevados, se considera además modelos GARCH de cambios de régimen markovianos, o MRS-GARCH (Markov Regime Switching - GARCH), que permiten que los parámetros del modelo GARCH cambien entre un régimen de baja volatilidad a uno de alta volatilidad y vice versa. Todos estos modelos son analizados bajo diversos supuestos distributivos para las perturbaciones estocásticas. Marcucci (2005) muestra que los modelos MRS-GARCH superan a los modelos GARCH estándar, pero sólo para pronósticos de muy corto plazo; para pronósticos de más largo plazo – que en el contexto del artículo, van desde los 10 días a lo 24 días – los modelos GARCH que consideran asimetrías son más adecuados. Estos resultados son confirmados aplicando contrastes estadísticos, como el contraste de Diebold y Mariano (1995) para la igualdad capacidad de predictiva y los contrastes de habilidad predictiva superior como los de White (2000) de chequeo de realidad y de Hansen (2005) de capacidad predictiva superior (Superior Predictive Ability).

## 2.1. Modelos GARCH Sin Cambio de Régimen

Consideremos un índice de precios accionario  $p_t$  y su correspondiente retorno,  $r_t$ , definido como la tasa de retorno compuesta continuamente (en porcentaje)

$$r_t = 100 * [\log(p_t) - \log(p_{t-1})], \quad (1)$$

donde el índice  $t$  denota una observación al cierre diario. El período muestral consiste de un período de estimación (in-sample) con  $R$  observaciones ( $t = -R + 1, \dots, 0$ ), y de un período de evaluación (out-of-sample) con  $n$  observaciones ( $t = 1, \dots, n$ ).

El modelo GARCH para la serie de retornos puede representarse como:

$$r_t = \delta + \varepsilon_t = \delta + \eta_t \sqrt{h_t}, \quad (2)$$

con

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (3)$$

donde  $\alpha_0 \geq 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$  y  $\beta_1 \geq 0$  para garantizar una varianza condicional ( $h_t$ ) positiva, mientras que la innovación estocástica es convenientemente expresada como el producto entre un proceso *iid* con media cero y varianza unitaria ( $\eta_t$ ) y la raíz cuadrada de la varianza condicional.

Con el fin de capturar la asimetría (skewness) que con frecuencia surge en los retornos financieros, Nelson (1991) introduce el modelo GARCH Exponencial (EGARCH), en donde el logaritmo de la varianza condicional se modela como:

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} \right| + \theta \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \beta \log(h_{t-1}), \quad (4)$$

sin imponer restricciones sobre los parámetros del modelo.

Por su parte, Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) elaboran un modelo GARCH modificado, denominado modelo GJR, que intenta capturar el efecto leverage. Este es un GARCH asimétrico que permite que la varianza condicional responde de manera diferente a shocks positivos y negativos, y se define como:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 [1 - I_{\{\varepsilon_{t-1} > 0\}}] + \theta \varepsilon_{t-1}^2 I_{\{\varepsilon_{t-1} > 0\}} + \beta h_{t-1}, \quad (5)$$

donde  $I_{\{\varepsilon_{t-1} > 0\}}$  es una función indicador que toma el valor 1 cuando  $\{\varepsilon_{t-1} > 0\}$  es verdadera y cero en otro caso.

Otro resultado común en la literatura GARCH es la leptokurtosis presente en la distribución empírica de los retornos financieros. Para modelar tales distribuciones de colas anchas, los investigadores han adoptado la distribución  $t$  - *Student* o la distribución generalizada de los errores (*GED*). Por lo tanto, además del supuesto gaussiano clásico para las perturbaciones estocásticas, también se considera de manera habitual que los errores  $\varepsilon_t$  también siguen una distribución  $t$  - *Student* o

una distribución *GED*. Si se considera la distribución *t – Student* con  $v$  grados de libertad, la función de densidad de probabilidad (*fdp*) de  $\varepsilon_t$  es

$$f(\varepsilon_t) = \frac{\Gamma(\frac{v+2}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{v}{2})} (v-2)^{-\frac{1}{2}} (h_t)^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t(v-2)} \right]^{-\frac{v+1}{2}}, \quad (6)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma y  $v$  es el parámetro de grados de libertad o parámetro de forma de la distribución, restringido a ser mayor que dos para garantizar la existencia del segundo momento de la distribución.

En el caso de considerar una distribución *GED*, la función de densidad de probabilidad para las perturbaciones estocásticas es

$$f(\varepsilon_t) = \frac{v \exp \left[ -\left(\frac{1}{2}\right) \left| \frac{\varepsilon_t}{\lambda h_t^{\frac{1}{2}}} \right|^v \right]}{h_t^{\frac{1}{2}} \lambda 2^{(1+\frac{1}{v})} \Gamma(\frac{1}{v})}, \quad (7)$$

con  $\lambda \equiv \left[ \frac{(2^{-\frac{2}{v}} \Gamma(\frac{1}{v}))}{\Gamma(\frac{3}{v})} \right]^{\frac{1}{2}}$ , donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma;  $v$  es el parámetro de grosor de la cola (o de forma), que satisface la condición  $0 < v \leq \infty$  e indica qué tan gruesa son las colas de la distribución, comparadas con la normal. Cuando el parámetro de forma es  $v = 2$ , la distribución *GED* es la distribución normal estándar; mientras que si  $v < 2$  (o  $v > 2$ ), la distribución *GED* tiene colas más anchas que la normal.

## 2.2. Modelos GARCH con Cambio de Régimen – MRS-GARCH

Aun cuando los modelos tipo GARCH son parsimoniosos, no son capaces de capturar los quiebres estructurales observados en los datos causados por eventos de baja probabilidad, como por ejemplo el crash financiero de 1987; el efecto tequila y otras crisis financieras internacionales. Estos quiebres estructurales hacen necesaria la utilización de modelos más flexibles que admitan diferencias en el comportamiento de una variable en función de los estados de la naturaleza o regímenes en la economía. Una alternativa de modelación, corrige adecuadamente estas limitaciones, son los denominados modelos Markovianos de Cambios de Régimen para la volatilidad de las variables financieras, o modelos MRS-GARCH.

Ampliamente utilizados en la literatura (Bialkowski, 2004; Cai, 1994; Canarella y Pollard, 2007; Edwards y Susmel, 2003; Marcucci, 2005, entre otros), la principal característica de este tipo de modelos es la posibilidad de que algunos o todos los parámetros del modelo cambien entre diferentes regímenes, de acuerdo a un proceso Markoviano gobernado por una variable de estado denotada por  $s_t$ . La lógica tras este tipo de modelación es disponer de una mezcla de distribuciones con diferentes características, a partir de las cuales el modelo extrae los valores corrientes para la variable de interés, de acuerdo a el estado más probable, pero no observado, que podría haber determinado tal observación. El modelo supone que

la variable de estado evoluciona de acuerdo a una cadena Markoviana de primer orden, con probabilidades de transición dadas por:

$$\Pr(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}, \quad (8)$$

que indica la probabilidad de pasar de un estado  $i$  en  $t - 1$  a un estado  $j$  en  $t$ . Habitualmente estas probabilidades son agrupadas en una matriz de transición de la forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 1 - q \\ 1 - p & q \end{bmatrix}, \quad (9)$$

en la que, por simplicidad, se ha considerado la existencia de sólo dos regímenes. Las probabilidad no condicional (o ergódica) de estar en el estado  $s_t = 1$  está dada por

$$\pi_1 = \frac{1 - p}{2 - p - q}.$$

Dado lo anteriore, modelo MRS-GARCH se especifica en los siguientes términos:

$$r_t | \Omega_{t-1} \sim \begin{cases} f(\theta_t^{(1)}) \text{ con probabilidad } p_{1,t} \\ f(\theta_t^{(2)}) \text{ con probabilidad } (1 - p_{1,t}). \end{cases}, \quad (10)$$

donde  $f(\cdot)$  representa uno de las posibles distribuciones condicionales que se puedan considerar; esto es, la distribución normal (N), la distribución  $t - Student$  o la distribución  $GED$ ;  $\theta_t^{(i)}$  es el vector de parámetros en el  $i - \text{ésimo}$  régimen que caracteriza a la distribución,  $p_{1,t} = \Pr[s_t = 1 | \psi_{t-1}]$  es la probabilidad ex-ante de estar en el régimen  $s_t = 1$ , dado el conjunto de información disponible hasta  $t - 1$  ( $\psi_{t-1}$ ), que corresponde al campo de álgebra  $\sigma$  inducido por todas las variables que son observadas hasta  $t - 1$ . Más concretamente, el vector de parámetros variables en el tiempo puede descomponerse en tres partes:

$$\theta_t^{(i)} = (\mu_t^{(i)}, h_t^{(i)}, v_t^{(i)}), \quad (11)$$

donde  $\mu_t^{(i)} \equiv E(r_t | \psi_{t-1})$  es la media condicional de los retornos;  $h_t^{(i)} \equiv Var(r_t | \psi_{t-1})$  es la varianza condicional de los retornos, y  $v_t^{(i)}$  es el parámetro que describe la forma de la distribución condicional. Esto significa que el modelo MRS-GARCH consiste de cuatro elementos: la media condicional; la varianza condicional; el proceso de régimen, y la distribución condicional.

En el caso de la media condicional, lo habitual es modelarla como un camino aleatorio, con o sin drift. Por simplicidad, Marcucci (2005) supone que

$$r_t = \mu_t^{(i)} + \varepsilon_t = \delta^{(i)} + \varepsilon_t, \quad (12)$$

donde  $i = 1, 2$  y  $\varepsilon_t = \eta_t \sqrt{h_t}$  y  $\eta_t$  es un proceso estocástico con media cero y varianza unitaria. La varianza condicional de  $r_t$ , dado toda la trayectoria de regímenes

(no observada por el econometrista),  $\tilde{s}_t = (s_t, s_{t-1}, \dots)$ , es  $h_t^{(i)} \equiv V(\varepsilon_t | \tilde{s}_t, \psi_{t-1})$ , para la cual se asume la siguiente especificación GARCH(1,1):

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(1)} h_{t-1}, \quad (13)$$

donde  $h_{t-1}$  es el promedio independiente del estado de las pasadas varianzas condicionales. En realidad, en el contexto de un cambio de régimen, sería no factible un modelo GARCH con varianza condicional pasada dependiente de los estados de la naturaleza. De hecho, tal varianza condicional dependería no sólo del conjunto de información observable  $\psi_{t-1}$  y del régimen actual  $s_t$ , que determinan todos los parámetros, sino que también de todos los regímenes pasados  $\tilde{s}_{t-1}$ . Esto exigiría la integración sobre un número de trayectorias de régimen (no observables) que podrían crecer exponencialmente con el tamaño muestral, haciendo intratable e imposible de estimar el modelo.

Debido a lo anterior, se hace necesario una simplificación para evitar que la varianza condicional sea una función de todos los estados pasados. En esta línea, Cai (1994) y Hamilton y Susmel (1994) son los primeros en señalar esta dificultad, y proponen combinar el enfoque de cambios de régimen con los modelos ARCH, descartando así el componente GARCH de la volatilidad. Sin embargo, Cai (1994) y Hamilton y Susmel (1994) se dan cuenta que ello exige demasiados rezagos en el proceso para que este tenga sentido.

Con el fin de evitar la dependencia de las trayectorias de regímenes, Gray (1996) propone integrar la trayectoria no observable de regímenes  $\tilde{s}_{t-1}$  en el término GARCH, utilizando para ello la expectativa condicional de las varianzas pasadas. En particular, Gray (1996) utiliza la información observable en  $t - 2$  para integrar los regímenes no observados, en el siguiente sentido:

$$\begin{aligned} h_{t-1} = E_{t-2} [h_{t-1}^{(j)}] &= p_{1,t-1} \left[ \left( \mu_{t-1}^{(1)} \right)^2 + h_{t-1}^{(1)} \right] \\ &+ (1 - p_{1,t-1}) \left[ \left( \mu_{t-1}^{(2)} \right)^2 + h_{t-1}^{(2)} \right] \\ &- \left[ p_{1,t-1} \mu_{t-1}^{(1)} + (1 - p_{1,t-1}) \mu_{t-1}^{(2)} \right]^2, \quad (14) \end{aligned}$$

donde  $j = 1, 2$ . La principal debilidad de esta especificación es su inconveniencia en términos de los pronósticos de volatilidad, debido a que los pronósticos para varios períodos en el futuro resultan ser bastante complicados.

Para superar el problema de dependencia temporal, Ducker (1997) utiliza un procedimiento de colapso basado en el algoritmo de Kim (1994); sin embargo, en esencia adopta el mismo esquema que Gray (1996).

Lin (1998) agrupa los enfoques anteriores en un esquema unificador, propo-

niendo la siguiente especificación para la desviación estándar condicional  $\sigma_t$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_t^v - 1}{v} = & \omega_{s_{t_1}} + \alpha_{s_{t_2}}(L)_p \tilde{\sigma}_{t-1}^v |f(\varepsilon_{t-1})|^w \\ & - \lambda_{s_{t_2}} \tilde{\sigma}_{t-1}^v |f(\varepsilon_{t-1})|^w \frac{\varepsilon_{t-1}}{|\varepsilon_{t-1}|} \\ & + \beta_{s_{t_3}}(L)_q \left[ \frac{\tilde{\sigma}_{t-1}^v - 1}{v} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

donde  $t_1, t_2, t_3 \leq t$ ;  $\tilde{\sigma}_t$  es la expectativa condicional de  $\sigma_t$ ;  $\alpha_{s_{t_2}}(L)_p$  y  $\beta_{s_{t_3}}(L)_q$  representan polinomios en el operador de rezagos  $L$ , de orden  $p$  y  $q$  respectivamente, y  $f(\varepsilon_t) = \varepsilon_t - \gamma$ . Para evitar el problema de dependencia temporal, Lin (1988) sigue el esquema propuesto por Gray (1996).

Por su parte, Klaasen (2002) sugiere usar la expectativa condicional de la varianza condicional rezagada pero con un conjunto de información más amplio que el de Gray (1996). Para integrar los regímenes pasados y al mismo tiempo considerar el régimen actual, Klaasen (2002) adopta la siguiente expresión para la varianza condicional:

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(1)} E_{t-1} \left[ h_{t-1}^{(i)} | s_t \right], \quad (16)$$

donde la expectativa se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_{t-1} \left[ h_{t-1}^{(i)} | s_t \right] = & \tilde{p}_{ii,t-1} \left[ \left( \mu_{t-1}^{(i)} \right)^2 + h_{t-1}^{(i)} \right] \\ & + \tilde{p}_{ji,t-1} \left[ \left( \mu_{t-1}^{(j)} \right)^2 + h_{t-1}^{(j)} \right] \\ & - \left[ p_{ii,t-1} \mu_{t-1}^{(i)} + p_{ji,t-1} \mu_{t-1}^{(j)} \right]^2, \end{aligned} \quad (17)$$

y las probabilidades son calculadas de acuerdo con

$$\tilde{p}_{ji,t} = \Pr(s_t = j | s_{t+1} = i, \psi_{t-1}) = \frac{p_{ji} \Pr(s_t = j | \psi_{t-1})}{\Pr(s_{t+1} = i | \psi_{t-1})} = \frac{p_{ji} p_{j,t}}{p_{i,t+1}}, \quad (18)$$

con  $i, j = 1, 2$ .

La especificación MRS-GARCH de Klaassen (2002) tiene dos importantes ventajas sobre los otros modelos. Primero, admite una mayor flexibilidad para capturar la persistencia de los shocks sobre la volatilidad, ya que un shock puede ser seguido de un período de volatilidad no sólo debido al efecto GARCH, sino que también debido al cambio a un régimen de varianza mayor; al tener diferentes parámetros en los distintos regímenes se puede capturar adecuadamente el efecto "liberador de presión" resultante de grandes shocks. Segundo, porque permite obtener expresiones más sencillas para los pronósticos de volatilidad para varios períodos futuros, las que pueden calcularse recursivamente al igual que en un modelo GARCH estándar.

Debido a que asume que no hay correlación serial en los retornos, el pronóstico de volatilidad para  $h$  períodos en el futuro, realizado en el período  $T - 1$ , puede calcularse como:

$$\widehat{h}_{T,T+h} = \sum_{\tau=1}^h \widehat{h}_{T,T+\tau} = \sum_{\tau=1}^h \sum_{i=1}^2 \Pr(s_t = i | \Omega_{T-1}) \widehat{h}_{T,T+\tau}^{(i)}, \quad (19)$$

donde  $\widehat{h}_{T,T+h}$  es el pronóstico de volatilidad agregado para los próximos  $h$  períodos en el futuro, y  $\widehat{h}_{T,T+\tau}^{(i)}$  corresponde al pronóstico de volatilidad en el régimen  $i$  para  $\tau$  períodos en el futuro, realizado en el período  $T$  y que puede calcularse usando la siguiente expresión:

$$\widehat{h}_{T,T+\tau}^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \left( \alpha_1^{(i)} + \beta_1^{(1)} \right) E_T \left[ h_{T,T+\tau-1}^{(i)} | s_{T+\tau} \right]. \quad (20)$$

Por lo tanto, los pronósticos de volatilidad para múltiples períodos futuros se computan como un promedio ponderado de los pronósticos de volatilidad para múltiples períodos obtenidos para cada régimen, donde los ponderadores corresponden a las probabilidades de predicción. El pronóstico de volatilidad en cada régimen se obtiene usando una fórmula tipo GARCH, donde la expectativa de la volatilidad en el período previo se determina ponderando las volatilidades del régimen previo por las probabilidades que aparecen en (18). En general, para computar estos pronósticos de volatilidad se necesitan las probabilidades filtro para  $\tau$  períodos en el futuro; esto es, se necesita tener  $\Pr(s_{t+\tau} = i | \Omega_t) = p_{i,t+\tau} = P^\tau p_{i,t}$ .

En cuanto a la estimación de todos los parámetros, Marcucci (2005) señala que la tradición en el caso de modelos de cambio de régimen Markovianos es adoptar la estimación por Máxima Verosimilitud. Un ingrediente esencial en este método es el computo de la probabilidad ex-ante  $p_{1,t} = \Pr(s_t = 1 | \Omega_{t-1})$ ; es decir, la probabilidad de que en  $t$  el proceso se encuentre en el primer régimen, dada la información disponible hasta  $t - 1$ , cuya especificación es:

$$\begin{aligned} p_{1,t} &= \Pr(s_t = 1 | \Omega_{t-1}) \\ &= (1 - q) \left[ \frac{f(r_{t-1} | s_{t-1} = 2)(1 - p_{1,t-1})}{f(r_{t-1} | s_{t-1} = 1)p_{1,t-1} + f(r_{t-1} | s_{t-1} = 2)(1 - p_{1,t-1})} \right] \\ &\quad + p \left[ \frac{f(r_{t-1} | s_{t-1} = 1)p_{1,t-1}}{f(r_{t-1} | s_{t-1} = 1)p_{1,t-1} + f(r_{t-1} | s_{t-1} = 2)(1 - p_{1,t-1})} \right], \quad (21) \end{aligned}$$

donde  $p$  y  $q$  son las probabilidades de transición de acuerdo a (9) y  $f(\cdot)$  es la verosimilitud dada en (10). Por lo tanto, el logaritmo de verosimilitud puede escribirse como:

$$\ell = \sum_{t=-R+w+1}^{T+w} \log [p_{1,t} f(r_t | s_t = 1) + (1 - p_{1,t}) f(r_t | s_t = 2)], \quad (22)$$

donde  $w = 0, 1, \dots, n$ , y  $f(\cdot | s_t = i)$  es la distribución condicional dado que el régimen  $i$  ocurre en  $t$ .

Edwards y Susmel (2001) señalan que, como subproducto de la estimación de los modelos de cambio de régimen, Hamilton muestra que es posible hacer inferencias acerca del testado particular de la economía en cualquier momento del tiempo. Las probabilidades filtro o filtradas (filtered probabilities),  $p(s_t, s_{t-1} / r_t, r_{t-1}, \dots)$ , denotan la probabilidad condicional de que el estado en  $t$  sea  $s_t$  y que en  $t - 1$  sea  $s_{t-1}$ ; estas probabilidades son condicionales a los valores de  $r$  observados hasta  $t$ .

Por otro lado, las probabilidades suaves (smooth probabilities),  $p(s_t / r_T, r_{T-1}, \dots)$ , corresponden a inferencias sobre el estado de la economía en  $t$  pero basadas en datos disponibles a lo largo de una fecha futura  $T$  (el final de la muestra). Es decir, las probabilidades suaves representan la inferencia ex-post realizada por un econométrista, sobre el estado en que se encuentra los activos en el período  $t$ , basándose en toda la serie de tiempo.

### 2.3. Estimación

El grupo de modelos GARCH alternativos, con o sin parámetros dependientes del estado, son estimados utilizando el método de cuasi-máxima verosimilitud. Tanto la media condicional como la varianza condicional son estimadas conjuntamente, maximizando la función de logaritmo de verosimilitud, la que se calcula como el logaritmo del producto de las densidades condicionales de los errores de predicción como se muestra en (22). Los estimadores máximo verosímiles se obtienen maximizando el logaritmo de verosimilitud con el algoritmo cuasi-Newton de optimización de Broyen, Fletcher, Goldfarb y Shanno (BFGS), incluido en las rutinas de optimización de Matlab.

### 2.4. Evaluación de los Modelos

La evaluación de los pronósticos es un paso clave en cualquier ejercicio de esta naturaleza. Una métrica popular para evaluar diferentes modelos de pronósticos está dada por la minimización de una función estadística de pérdida particular. Sin embargo, la evaluación de la calidad de los diferentes modelos de volatilidad competidores puede ser muy compleja (Bollerslev, Engle y Nelson (1994); Lopez (2001)), debido a que no existe un único criterio capaz de seleccionar el mejor modelo. Debido a ello, muchos autores han destacado la importancia de evaluar los pronósticos de volatilidad por medio de funciones de pérdida reales que enfrenta el usuario final, proponiendo criterios basados en los beneficios o en la utilidad para evaluar la precisión de los pronósticos. Desafortunadamente, no es posible conocer con exactitud tales funciones de pérdida, debido a que dependen de las preferencias desconocidas y no observables de los agentes económicos. En razón de ello, la literatura se ha concentrado en una función estadística de pérdida particular, el Error Medio Cuadrático, por muy criticizable que sea.

En el presente contexto, en vez de elegir una función estadística de pérdida

particular, se considera un conjunto de siete funciones de pérdida diferentes, las que pueden tener distintas interpretaciones y pueden llevar a una evaluación de pronósticos más completa para los distintos modelos considerados. Estas funciones de pérdida son se reportan en el Cuadro 1:

**[Insertar Cuadro 1: Funciones de Pérdida Consideradas]**

Los criterios  $MSE_1$  y  $MSE_2$  son las típicas métricas de error medio cuadrático. Los criterios  $MSE_2$  y  $R2LOG$  son exáctamente equivalentes a utilizar la métrica  $R^2$  en la regresión de Mincer-Zarnowitz de  $\hat{\sigma}_{t+n}$  contra una constante y  $\hat{h}_{t,t+n}$ , y del  $\log(\hat{\sigma}_{t+n})$  contra una constante y  $\log(\hat{h}_{t,t+n})$ , respectivamente, siempre que los pronósticos sean insesgados. Es más, la función de pérdida  $R2LOG$  tiene la particularidad de penalizar asimétricamente los pronósticos de volatilidad en los períodos de baja y alta volatilidad (Pagan y Schwert, 1990). La función de pérdida  $QLIKE$  corresponde a la pérdida que implica una función de verosimilitud Gaussiana y es sugerida por Bollerslev, Engle y Nelson (1994). Los criterios de Desviación Media Absoluta ( $MAD_1$  y  $MAD_2$ ) son útiles porque, comparados con los criterios de Error Cuadrático Medio, generalmente son más robustos a la posible presencia de outliers, aunque imponen la misma penalidad a las sobre o sub-predicciones y no son invariantes a transformaciones de escala. Finalmente, el criterio de Error Medio Cuadrático Ajustado por Heterocedasticidad ( $HMSE$ ) es propuesto por Bollerslev y Ghysells (1996).

Por otro lado, al comparar diferentes pronósticos de volatilidad también puede ser útil medir el número de veces que un modelo dado predice correctamente la dirección del cambio de la volatilidad. Tal precisión direccional de los pronósticos de volatilidad pueden ser de gran importancia debido a que tal dirección del cambio en la predicción de la volatilidad puede ser usada para construir una estrategia de transacción particular como la propuesta por Engle, Hong, Kane y Noh (1993). Siguiendo a Marcucci (2005) en este artículo usaremos dos de los más conocidos: la Razón de Éxito (Success Ratio, SR) y el contraste de Precisión Direccional (Directional Accuracy, DA) de Pesaran y Timmermann (1992).

Para ello sea  $\bar{\sigma}_{t+j}$  una próxy para la volatilidad efectiva después de restar su media no nula, y sea  $\bar{h}_{t+j|t+j-1}$  el pronóstico de volatilidad libre de media. El estadístico SR es en términos simples la fracción del pronóstico de volatilidad que tiene la misma dirección de cambio que las correspondientes realizaciones de la volatilidad, y está dado por

$$SR = m^{-1} \sum_{j=1}^m I_{(\bar{\sigma}_{t+j} \cdot \bar{h}_{t+j|t+j-1}) > 0}, \quad (23)$$

donde  $I_{(g) > 0}$  es una función indicador, tal que  $I_{(g) > 0} = 1$  sí  $g > 0$  y cero en otro caso. De esta forma, SR mide el número de veces que el pronóstico de volatilidad correctamente predice la dirección que toma el verdadero proceso de la volatilidad.

Por su parte, el contraste DA está dado por

$$DA = \frac{(SR - SRI)}{\sqrt{Var(SR) - Var(SRI)}},$$

donde  $SRI = P\hat{P} + (1 - P)(1 - \hat{P})$  y  $P$  representa la fracción de las veces que  $\bar{\sigma}_{t+j} > 0$ , mientras que  $\hat{P}$  es la proporción de los pronósticos de volatilidad corregidos por media que son positivos.  $Var(SR)$  y  $Var(SRI)$  son las correspondientes varianzas. Este contraste se distribuye asintóticamente como una normal estándar.

## 2.5. Contrastes de Igual y Superior Abilidad Predictiva

Los pronósticos de modelos competitivos son habitualmente comparados ya sea con contrastes por parejas o bien con contrastes conjuntos. Cuando se compara la capacidad predictiva entre pares de modelos competitivos, como el contraste de Igual Capacidad Predictiva de Diebold y Mariano (1995), DM, basado en la hipótesis nula de que no existe diferencia en la precisión de dos pronósticos de volatilidad competitivos, o bien alguna de sus modificaciones. Sin embargo, es mucho más interesante comparar la abilidad predictiva del conjunto de pronósticos de volatilidad, debido a que en una comparación de a pares sólo se pueden contrastar dos modelos diferentes para decidir cuál de esos dos es el mejor. En este caso es preferible utilizar el Contraste de Chequeo de Realidad (Reality Check, RC) de White (2000) o el Contraste de Abilidad Predictiva Superior (SPA) de Hansen (2001).

Suponiendo que los parámetros del sistema se determinan a priori y que no requieren de una reestimación, el contraste estadístico DM se diseña de la siguiente forma. Sean  $\{\hat{r}_{i,t}\}_{t=1}^T$  y  $\{\hat{r}_{j,t}\}_{t=1}^T$  dos secuencias de pronósticos para la serie  $\{r_t\}_{t=1}^T$  generadas por los modelos competidores  $i$  y  $j$ , respectivamente. Sean, además,  $\{e_{i,t}\}_{t=1}^T$  y  $\{e_{j,t}\}_{t=1}^T$  los correspondientes errores de pronóstico. Suponiendo que es posible escribir la función de pérdida  $g(\cdot)$  sólo en función de los errores de pronóstico, se puede definir la diferencial de pérdida entre los dos pronósticos competitivos como  $d_t \equiv [g(e_{i,t}) - g(e_{j,t})]$ . Entonces, si la secuencia  $\{d_t\}_{t=1}^T$  es débilmente (o covarianza) estacionario y tiene memoria corta, Diebold y Mariano (1995) muestran que la distribución asintótica de la media muestral del diferencial de pérdida,  $\bar{d} = T^{-1} \sum_{t=1}^T d_t$  es

$$\sqrt{T}(\bar{d} - \mu) \xrightarrow{d} N(0, V(\bar{d})),$$

y un estimador para la varianza asintótica es

$$\hat{V}(\bar{d}) = T^{-1}(\hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{k=1}^q \omega_k \hat{\gamma}_k),$$

donde  $q = h - 1$ ,  $\omega_k = 1 - \frac{k}{(q+1)}$  es la ventana de rezagos y  $\hat{\gamma}_i$  es una estimación de la autocovarianza de  $i$ -ésimo orden de la serie  $\{d_t\}_{t=1}^T$ , la que puede estimarse

como:

$$\hat{\gamma}_k = T^{-1} \sum_{t=k+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-k} - \bar{d}),$$

para  $k = 1, 2, \dots, q$ . Dado esto, el estadístico de contraste para la nula de igual precisión de pronósticos es

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{V}(\bar{d})}} \sim N(0, 1);$$

es decir, bajo la nula de igual precisión de los pronósticos, el estadístico se distribuye asintóticamente como una normal estándar.<sup>1</sup>

A diferencia del procedimiento de Diebold y Mariano, que es un contraste por Igual Capacidad Predictiva, el Contraste de Chequeo de Realidad (RC) de White (2000) es un contraste de Capacidad Predictiva Superior. Este chequeo de realidad se construye en una forma que permite contrastar si un modelo de pronósticos particular es significativamente superado por un conjunto alternativo de modelos, donde el desempeño de cada modelo de pronósticos puede definirse de acuerdo a una función de pérdida pre-especificada. El procedimiento diseñado por White (2000) es el siguiente.

Supongamos que un econometrista dispone de  $l + 1$  modelos de pronósticos alternativos. El modelo 0 es el modelo base (el benchmark) con el que se compararán los otros modelos, y la hipótesis nula es que ninguno de los restantes  $k = 1, 2, \dots, l$  modelos supera al modelo base en términos de una función de pérdida. El mejor modelo de pronóstico es aquel que produce la menor pérdida esperada. Sea  $L_{t,k} \equiv L(\hat{\sigma}_t^2, \hat{h}_{k,t})$  la pérdida si uno hace la predicción  $\hat{h}_{k,t}$  con el  $k$ -ésimo modelo cuando la volatilidad realizada resulta ser  $\hat{\sigma}_{k,t}$ . El desempeño del modelo  $k$  relativo al modelo base (en  $t$ ) puede definirse como:

$$f_{k,t} = L_{t,0} - L_{t,k},$$

para  $k = 1, 2, \dots, l$  y  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Sí  $f_{k,t}$  es estacionaria, se puede definir el desempeño relativo esperado del modelo  $k$  respecto del modelo base como  $\mu_k = E[f_{k,t}]$ , para  $k = 1, 2, \dots, l$ . Sí el modelo  $\omega$  supera al modelo base, entonces el valor de  $\mu_\omega$  será positivo. Por lo tanto, es posible analizar si cualquiera de los modelos de pronósticos competidores

<sup>1</sup>Harvey, Leybourne and Newbold (1997) señalan que el estadístico DM puede tener un gran tamaño en muestras pequeñas y que tal problema sería aun más dramático a medida que el horizonte de pronóstico se incrementa. Debido a ello sugieren el contraste DM modificado (MDM), dado por

$$MDM = \sqrt{T^{-1} [T + 1 - 2h + T^{-1}h(h - 1)]} DM,$$

donde  $h$  es el horizonte de pronóstico y  $T$  es la longitud del período de evaluación. Estos autores sugieren comparar el valor de este estadístico con valores críticos obtenidos de la distribución  $t$  de Student con  $T - 1$  grados de libertad.

supera significativamente al modelo base, contrastando la hipótesis nula que  $\mu_k \leq 0$  para  $k = 1, 2, \dots, l$ . Consecuentemente, la nula es que ninguno de esos modelos es mejor que el modelo base; es decir, que no existe superioridad predictiva sobre el modelo base. La hipótesis puede plantearse alternativamente como:

$$H_0 : \mu_{\text{máx}} \equiv \max_{k=1, \dots, l} \mu_k \leq 0,$$

contra la alternativa que el mejor modelo es superior al modelo base.

Por la ley de los grandes números, un estimador consistente de  $\mu_k$  es la media muestral

$$\bar{f}_{k,T} = T^{-1} \sum_{t=1}^T f_{k,t},$$

para obtener el siguiente estadístico de contraste:

$$RC = T_n \equiv \max_{k=1, \dots, l} T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T}.$$

Si se rechaza la nula, se tiene evidencia estadística de que entre los modelos competidores existe al menos uno que es significativamente mejor que el modelo base.

Desafortunadamente, a pesar de la simpleza de su planteamiento, el contraste de chequeo de realidad presenta la dificultad de derivar la distribución del estadístico  $T_n$  bajo la nula, debido a que tal distribución no es única, siendo además muy sensible a la inclusión de modelos pronósticos de baja calidad. Debido a esto, Hansen (2001) propone un contraste de Capacidad Predictiva Superior (SPA), que incluye al contraste RC como un caso especial. La nula propuesta es

$$H_0 : \mu_{\text{máx}}^s \equiv \max_{k=1, \dots, l} \frac{\mu_k}{\sqrt{\text{var}(T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T})}} \leq 0,$$

y el estadístico de contraste es

$$SPA = T_n^s \equiv \max_{k=1, \dots, l} \frac{T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T}}{\sqrt{\widehat{\text{var}}(T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T})}},$$

donde  $\widehat{\text{var}}(T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T})$  es una estimación de la varianza de  $T^{\frac{1}{2}} \bar{f}_{k,T}$  que se obtiene vía bootstrap.

### 3. Análisis Empírico

En esta sección se implementan los modelos discutidos previamente y se presentan los resultados empíricos de la estimación de dichos modelos, junto con una batería de funciones de pérdida que evalúan el ajuste de estos modelos, tanto dentro como fuera de la muestra.

La base de datos a utilizar corresponde a una muestra de observaciones diárias para el valor de cierre del Índice Selectivo de Precios de Acciones, IPSA, que

elabora la Bolsa de Comercio de Santiago, para el período comprendido entre el día 2 de enero de 1995 al día 30 de septiembre de 2009. Estos datos son divididos en dos grupos: (i) la muestra de estimación, que corresponde al período comprendido entre el 2 de enero de 1995 y el 30 de noviembre de 2007, con un total de 3369 observaciones; y, (ii) la muestra de evaluación, que comprende los datos desde el 3 de diciembre de 2007 al 30 de septiembre de 2009.

Dado que, desde el punto de vista financiero, la variable relevante para el análisis de las decisiones de inversión en activos son los retornos de los mismos, computamos en primer lugar los retornos logarítmicos del IPSA:

$$r_t = 100 \times [\ln(p_t) - \ln(p_{t-1})], \quad (24)$$

donde  $p_t$  es el valor de cierre del IPSA en  $t$ . Las figuras 1 y 2 ilustran el comportamiento de ambas variables (precios y retornos) en el tiempo. [Figuras 1 y 2 aproximadamente aquí.]

Podemos observar que la serie de retornos del IPSA exhibe las características habituales de las series de tiempo financieras: su volatilidad no es constante y muestra claros patrones de clusters de volatilidad; esto es, grandes cambios en el precio de los activos tienden a ser seguidos por grandes cambios de precios, y pequeños cambios de precios tienden a ser seguidos por pequeños cambios. Se observan también algunos períodos de extrema volatilidad, como en 1998 y a fines del 2008 y comienzos del 2009. El año 1998 coincide con el irrupción de la crisis asiática y su impacto y transmisión en la economía chilena, período en el cual se produjo una fuerte caída no sólo en el volumen sino que también en el precio de nuestras exportaciones; por su parte, la fuerte volatilidad observada en 2008-2009 se debe a la crisis subprime en Estados Unidos la que, por efecto contagio, afectó a todos los mercados financieros del mundo. En el caso particular de Chile, los inversionistas institucionales como las AFP sufrieron grandes pérdidas; además, la banca elevó drásticamente los requisitos de crédito a privados y la moneda doméstica se revaluó.

Con el fin de tener una idea de las características estadísticas de los datos, el siguiente cuadro presenta algunos estadísticos descriptivos de la serie de retornos:

**[Cuadro 2 (Estadísticos Descriptivos) Aquí]**

Los valores de los coeficientes de asimetría (skewness) y de kurtosis indican claramente que la serie de retornos no se puede caracterizar por una distribución normal; de echo, el test de normalidad de Jarque-Bera implementado permite rechazar la nula de normalidad al 1 %. Estos resultados indican la conveniencia de modelar los retornos utilizando modelos de volatilidad variable.

Dado que la mayoría de los modelos de volatilidad asumen que la variable bajo análisis es estacionaria, el siguiente cuadro muestra los resultados de aplicar los tests de Dickey-Fuller Aumentado y de Phillips-Perron:

**[Cuadro 3 (Contrastes de Raíz Unitaria) Aquí]**

Ambos estadísticos permiten rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria (no estacionariedad) en favor de la estacionariedad.

Con el fin de descartar la posibilidad de un error de especificación al modelar los retornos con modelos de volatilidad variable, se procedió a implementar un test por la presencia de efecto ARCH o efecto de volatilidad variable, donde la hipótesis nula de no efecto ARCH es que no hay correlación serial en la serie hasta un rezago pre-especificado. Asimismo se implementó el test-LM de Engle para efecto ARCH. El siguiente cuadro muestra los resultados de estos test:

#### **Cuadro 4 (Contrastes por Efecto ARCH) Aquí**

Ambos contrastes muestran claramente que el efecto ARCH está presente en los retornos del IPSA. Esto, más los resultados de los tests de estacionariedad, nos indican que podemos modelar los retornos mediante modelos de volatilidad heterocedástica condicional autoregresiva.

Para estimar la volatilidad diaria en el mercado accionario chileno consideramos las siguientes opciones de modelación: modelos de la familia GARCH sin cambio de régimen y modelos GARCH con cambios de régimen markovianos (MRS-GARCH). En particular, la modelación GARCH sin cambios de régimen contempla el uso un modelo GARCH y de los modelos EGARCH (Exponential GARCH) y GJR-GARCH (Glosten, Jaganathan y Runkle), dado que estos últimos son capaces de capturar el efecto Leverage de mejor manera que un simple modelo GARCH.

Adicionalmente, como el supuesto de normalidad en las perturbaciones estocásticas no es suficiente para describir las características que presentan los retornos financieros, consideramos diversas especificaciones para la distribución del término de error. Siguiendo a Bollerslev (1987) y Nelson (1991), consideramos la distribución  $t$  de Student, la distribución GED (Generalized Error Distribution) y la distribución  $t_2$  de Student que, a diferencia de la distribución  $t$ , puede variar sus grados de libertad en cada régimen de volatilidad; esto es, los grados de libertad y las probabilidades de transición son directamente determinados por los datos.

Tanto la evidencia empírica como nuestros propios análisis preliminares muestran que un modelo GARCH(1,1) es suficiente para describir varias de las características de los retornos financieros; lo mismo se aplica a los modelos GARCH con cambio de régimen. En cuanto a este último tipo de modelo, aplicamos la versión propuesta por Klaassen (2002), dado que permite una formulación recursiva conveniente para realizar los pronósticos de volatilidad. Para ello consideramos dos regímenes de volatilidad (baja y alta volatilidad) y los parámetros de la especificación GARCH y de la especificación para la media pueden variar entre estos dos regímenes, de acuerdo a una cadena markoviana de primer orden con probabilidades de transición constantes dadas por:

$$p_{ij} = P(s_t = j / s_{t-1} = i), \quad 1, 2. \quad (25)$$

Estas probabilidades de transición de transición se agrupan en la siguiente matriz

de transición:

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pp_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_2^2 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Las probabilidades no condicionales para cada estado están dadas por:

$$\pi_1 = \frac{1 - p_{22}}{1 - p_{11} - p_{22}} \quad (27)$$

$$\pi_2 = \frac{1 - p_{11}}{1 - p_{11} - p_{22}} \quad (28)$$

Los parámetros de los modelos GARCH y MRS-GARCH se obtienen usando el algoritmo BGGs de optimización en rutinas de estimación en Matlab. Dado que nuestro interés es comparar la capacidad predictiva de los modelos, consideramos una especificación simple (y habitual) para la media de los retornos; esto es, nuestro modelo econométrico es:

$$r_t = u + \varepsilon_t \quad (29)$$

$$\varepsilon_t = \eta \sqrt{h_t}, \quad (30)$$

donde  $u$  es un término constante;  $\eta_t$  es un proceso *iid* con media cero y varianza unitaria, y  $h_t$  es la varianza condicional de los errores ( $\varepsilon_t$ ), que puede ser GARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) o MRS-GARCH(1,1). El término de error es  $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} D(0, 1)$ , donde la distribución  $D$  es una normal, la  $t$  de Student, la variante  $t_2$  de la  $t$  de Student o la distribución GED.

Los cuadros (5) y (6) presentan los resultados de las estimaciones de los modelos GARCH sin cambio de régimen y con cambio de régimen (errores estándar asintóticos en paréntesis).

Para el caso de los modelos GARCH con un régimen, todos los parámetros obtenidos son estadísticamente significativos a niveles convencionales de significancia (al 1 % en casi todos los parámetros). De hecho, todos los modelos presentan un buen desempeño en términos de ajuste.

Por otro lado, el coeficiente de asimetría  $\xi$  es estadísticamente significativo en todos los modelos EGARCH y GJR-GARCH, lo que es consistente con la presencia de un efecto leverage en los retornos del IPSA. El signo negativo de este coeficiente en los modelos EGARCH indica que los shocks negativos tienen un efecto mayor sobre la volatilidad que shocks positivos de igual magnitud. En el caso de los modelos GJR-GARCH, el valor de los coeficientes de asimetría resultan ser menores que los correspondientes valores del parámetro  $\alpha_1$ , lo que indica que retornos negativos implican una varianza condicional más elevada en comparación con retornos positivos de igual magnitud.

El grado de persistencia de la volatilidad en esta clase de modelos puede obtenerse sumando los parámetros  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ .<sup>2</sup> Se observa claramente que todos los

<sup>2</sup>En los modelos EGARCH(1,1), la persistencia de la volatilidad es igual al parámetro  $\beta_1$ , mientras que para un modelo GJR-EGARCH, la persistencia se mide por  $\beta_1 + \frac{\alpha_1 + \delta}{2}$

modelos estimados presentan una elevada persistencia en la volatilidad, lo que hace altamente probable que la volatilidad, una vez que se eleve, continúe siendo elevada durante varios períodos más, lo que indica pronósticos de volatilidad demasiado elevados y suaves.

Por otro lado, en modelos con distribución exponencial generalizada, las estimaciones sugieren que la distribución condicional es, efectivamente, de colas más anchas que la normal.

Nótese que los resultados reportados muestran claramente que, en términos de los valores de la función de verosimilitud, la distribución normal en las innovaciones es ampliamente superada por las distribuciones  $t$  de Student y exponencial generalizada. En particular, esta última distribución, en una especificación GJR-GARCH, conduce a un mejor ajuste de los datos.

Con respecto a los modelos Markovianos con Cambio de Régimen, los resultados muestran que todos los parámetros estimados para la media condicional son estadísticamente significativos al 1 %, al igual que los parámetros estimados de la varianza condicional. La excepción es la estimación para la constante en ambos regímenes de volatilidad, que es no significativa ni siquiera al 10 %. Nótese que los resultados también indican la marcada diferencia entre ambos regímenes de volatilidad, medidos por la varianza no condicional  $\sigma^2$  calculada a partir de las estimaciones.

El nivel de volatilidad de largo plazo depende de las estimaciones de la varianza condicional. Si bien, en términos absolutos, los rangos de volatilidad no condicional no son importantes, si lo son en términos relativos: la volatilidad no condicional en el régimen de alta volatilidad, respecto del de baja volatilidad, es 65 veces mayor en el caso del modelo MRS-GARCH con distribución  $t_2$ ; 60 veces mayor con una distribución  $t$ , y 201 veces mayor con una distribución exponencial generalizada. Nótese que el grado de persistencia en la volatilidad es mayor en el régimen de baja volatilidad respecto del régimen de alta volatilidad, con la excepción del caso con distribución exponencial generalizada.

Por otro lado, la dinámica de la volatilidad a corto plazo está determinada por el parámetro ARCH ( $\alpha_1$ ) y por el parámetro GARCH ( $\beta_1$ ); de hecho, grandes valores de  $\beta_1$  sugieren que el efecto de shocks en la volatilidad futura desaparecen en el largo plazo, por lo que la volatilidad es muy persistente. Por su parte, grandes valores de  $\alpha_1$  muestran una reacción de la volatilidad a cambios recientes en los precios y retornos de los activos. Comparando los resultados obtenidos en cada régimen, los valores de  $\alpha_1$  son menores en el régimen de alta volatilidad respecto del régimen de baja volatilidad (excepto para el modelo con distribución normal); en cambio el valor del parámetro  $\beta_1$  es mayor en el régimen de alta volatilidad (excepto para el modelo con distribución normal). Por lo tanto, las estimaciones muestran que el proceso GARCH en el régimen de baja volatilidad es más reactivo y menos persistente que en el régimen de alta volatilidad.

Las probabilidades de transición estimadas indican que el régimen de alta vo-

latitud es más persistente que el régimen de baja volatilidad. Es más, la probabilidad condicional de comenzar la historia en un régimen de baja volatilidad es sustancialmente mayor que la probabilidad condicional de comenzar en un régimen de alta volatilidad.

Debe destacarse que, al igual que en caso de los modelos GARCH sin cambio de régimen, la distribución normal para los errores es ampliamente superada por las demás distribuciones consideradas, y los mejores resultados de ajuste se alcanzan con la distribución  $t2$  de Student, medidos por el valor de la función de verosimilitud.

Finalmente, nótese que comparando los modelos sin cambio de régimen y con cambios de régimen markovianos, los grados de libertad en la distribución exponencial generalizada son similares, lo que indica que el grosor de las colas en ambos casos es prácticamente idéntico. Lo mismo ocurre entre los propios modelos markovianos de cambio de régimen, en que los valores de los grados de libertad en ambos regímenes son prácticamente similares para las distribuciones  $t$ ,  $t2$  y exponencial generalizada.

### 3.1. Evaluación de Modelos en la Muestra

Dado que algunos de los parámetros estimados pueden no estar identificados bajo la hipótesis nula, no es posible comparar los modelos GARCH y MRS-GARCH usando contrastes econométricos tradicionales, como el test de razón de verosimilitud; dado eso, consideramos más bien una batería de estadísticos de bondad del ajuste, entre los cuales se incluyen los criterios de Akaike y Schwarz, AIC y BIC, convencionales. El cuadro (7) reporta esos estadísticos y el ranking que ocupa para cada modelo y especificación de la distribución de los errores considerada.

Los resultados son mixtos. Considerando los criterios AIC y BIC, los modelos con mejor desempeño son aquellos con distribuciones  $t$  de Student,  $t2$  de Student y exponencial generalizado; más aun, los modelos con esta última distribución son los que mejor se ajustan a los datos para todos los modelos GARCH sin cambio de régimen.

Al comparar los valores de la función de Logaritmo de Verosimilitud, los modelos con mejor ajuste a los datos resultan ser aquellos con cambio de régimen. Similares resultados se obtienen con los estadísticos  $MSE_1$ ,  $R2LOG$ ,  $MAD_1$  y  $MAD_2$ . En general, todos estos estadísticos indican que el mejor modelo en términos de ajuste a los datos es el modelo MRS-GARCH con distribución  $t2$  para las innovaciones.

Nótese que los estadísticos  $MSE_2$ ,  $HMSE$  indican que los modelos EGARCH son los que presentan mejor desempeño, mientras que el estadístico  $QLIKE$  indica que los mejores modelos son los GJR-GARCH.

Esta evidencia es absolutamente consistente con lo encontrado en otros estudios (véase Marcucci, 2005).

### 3.2. Evaluación de Modelos Fuera de la Muestra

Uno de los propósitos de la especificación de un modelo para la volatilidad de los retornos es el pronóstico de la volatilidad para diferentes horizontes de tiempo. En la subsección anterior se ha comparado el desempeño de los distintos modelos en términos de su capacidad de reflejar un alto grado de persistencia y, sobre todo, de su capacidad para entregar buenos pronósticos dentro de la muestra de estimación. Sin embargo, un buen ajuste a los datos y capacidad predictiva en la muestra no implican, necesariamente, un buen desempeño del modelo de volatilidad fuera de la muestra de estimación. Dado esto, en esta sección analizamos la habilidad de los modelos GARCH y los modelos de cambio de régimen markovianos, para proporcionar buenos pronósticos a un día, a 5 días, a 10 días y a 22 días (un mes de transacciones). Estos resultados se muestran en los cuadros (8), (9), (10) y (11).

En el caso de pronósticos a un día, la mayoría de las funciones de pérdida consideradas sugieren que los modelos GJR-GARCH son los que generan pronósticos de volatilidad más precisos; solo las funciones de pérdida  $R2LOG$  y  $MAD_1$  favorecen a los modelos EGARCH, particularmente aquel con distribución  $t$  de Student. Los modelos con peor desempeño siguen siendo los modelos GARCH comunes. Por su parte, los modelos MRS-GARCH ocupan lugares secundarios, cercanos a los de peor desempeño.

Para pronósticos a 5 días, todas las funciones de pérdida, excepto  $R2LOG$  – que favorece a los modelos EGARCH – sugieren que los modelos GJR-GARCH proporcionan los mejores pronósticos para este horizonte de predicción, siendo el mejor de todos ellos el modelo GJR-GARCH. Los modelos MRS-GARCH continúan mostrando un pobre desempeño, con la excepción del modelo MRS-GARCH con distribución normal el que, sorprendentemente, genera los pronósticos más precisos entre todos aquellos que usan dicha distribución. Los de peor desempeño siguen siendo los modelos GARCH.

Los modelos GJR-GARCH continúan siendo los de mejor desempeño al momento de realizar pronósticos a 10 y 22 días, considerando todas las funciones de pérdida. De hecho, los más precisos de todos el modelo GJR-GARCH con distribución  $t$  de Student (a un horizonte de 10 días) y con distribución exponencial generalizada (a un horizonte de 22 días). Respecto de los modelos MRS-GARCH, el de mejor desempeño continúa siendo aquel con distribución normal, si bien los resultados en la sección anterior indican que éste no es un buen supuesto para la distribución de las innovaciones.

Cabe destacar que todos los modelos, cualquiera sea el horizonte de pronóstico considerado, muestran una alta razón de éxito (success ratio, SR), entre un 71 % y un 79 %; en otras palabras, entre un 71 % y 79 % de los casos, los pronósticos realizados por los distintos modelos tienen la misma dirección de cambio pronosticada que a observada para la volatilidad efectiva. Además, todos los modelos presentan contrastes de precisión direccional (Accuracy Direction, DA) altamente significativos, rechazando la hipótesis de que la volatilidad efectiva y la volatilidad pro-

nosticada son independientemente distribuidas, lo que indica que los pronósticos de volatilidad obtenidos con los modelos considerados son un buen predictor de la verdadera volatilidad de los retornos del IPSA.

### 3.3. Habilidad Predictiva Superior

Los resultados anteriores apuntan en la dirección de favorecer los modelos sin cambio de régimen por sobre aquellos con cambio de régimen, con distintas distribuciones para los errores, al momento de evaluar la calidad de los pronósticos fuera de la muestra. Sin embargo, sin un procedimiento estadístico formal es difícil poder decir si las diferencias relativas en el desempeño de los modelos son elevadas o bajas; esto es, significativas o no. En otras palabras, con los resultados obtenidos para las distintas funciones de pérdida estadística no es posible señalar con cierta confianza si alguno de los modelos considerados es realmente superior a todos los demás. Por supuesto, si escogemos uno de los modelos como referencia (benchmark) y deseamos compararlo con otro modelo, podremos aplicar el estadístico DM. Sin embargo, dado que disponemos de varios modelos con los cuales comparar, el estadístico DM puede arrojar resultados incorrectos debido a un problema de data snooping.

En razón de lo anterior, en esta subsección se aplican los contrastes estadísticos de Chequeo de Realidad (RC) de White (2000) y de Habilidad Predictiva Superior (SPA) de Hansen (2005). La ventaja de estos tests es que superan el problema de data snooping y, además, permiten realizar una comparación entre varios modelos. La hipótesis nula de estos tests es que ninguno de los modelos alternativos supera al modelo de referencia en términos de la función de pérdida que se elija.

Los resultados de la aplicación de estos tests, para los diferentes horizontes de pronósticos, se muestran en los cuadros (12) a (15). Estos cuadros reportan los valores  $p$  ( $p$  - values) obtenidos para ambos tipos de contraste. En la construcción de estos cuadros se ha definido a cada modelo como el benchmark contra el cual se comparan los restantes modelos, de acuerdo a las diferentes funciones de pérdida mencionadas previamente. Nótese que  $SPA_\ell$  y  $SPA_c$  corresponden a la cota inferior para el valor  $p$  y el valor  $p$  consistente para el test SPA, respectivamente. Cabe destacar que el test SPA incluye al test RC como caso especial, dado que la cota superior del valor  $p$  para el test SPA es, precisamente, el valor  $p$  del estadístico RC (aunque no necesariamente coincidan en magnitud).

Estos valores  $p$  se obtienen mediante un procedimiento de bootstrapping estacionario, con 3000 replicaciones. Siguiendo a Marcucci (2005), consideramos 3 longitudes de bloques: 3, 5 y 10, aunque sólo se reportan los resultados para una longitud de bloque igual a 5, debido a que los valores  $p$  no presentan grandes diferencias.

Por otro lado, dado que el test SPA es más poderoso que el test RC (la inclusión de los malos modelos puede aumentar el valor  $p$  del estadístico RC), para evaluar el desempeño relativo de los modelos se consideran sólo los resultados del estadístico

*SPA<sub>c</sub>*.

El cuadro (12) muestra los valores  $p$  para un horizonte de pronóstico a un día. Cuando el benchmark son los modelos GARCH, cualquiera sea la distribución de las innovaciones, los valores  $p$  computados son pequeños en todas las funciones de pérdida consideradas, lo que indica que este tipo de modelos son superados por los demás, con al menos un 91,6% de confianza (para la función *HMSE*). Similar resultado se obtiene al considerar como benchmark a los modelos MRS-GARCH. Cuando el benchmark corresponde a los modelos EGARCH, los valores  $p$  son elevados, cualquiera sea la distribución de las innovaciones, para todas las funciones de pérdida, con la excepción de *QLIKE* y *HMSE*, lo que indica que este tipo de modelos no es superado por ninguno de los otros en sus pronósticos a un día, incluidos los modelos MRS-GARCH.

Un resultado similar al anterior se obtiene cuando el benchmark corresponde a los modelos GJR-GARCH, aun cuando los valores  $p$  en este caso son superiores a los obtenidos para los modelos EGARCH. Dado que altos valores  $p$  indican una mayor precisión en la habilidad de pronóstico, estos resultados indican que los modelos GJR-GARCH son los mejores para pronosticar la volatilidad en el mercado accionario chileno para un horizonte de pronóstico de un día. De todos estos modelos, aquel con distribución  $t$  supera a todos los demás.

Cuando el horizonte de pronóstico aumenta a 5, 10 y a 22 días los resultados siguen señalando que, cuando se toma como benchmark al modelo GJR-GARCH, éste no es superado por ningún otro modelo. De hecho, seis de los siete criterios considerados señalan a este modelo como no superado por ninguno de los otros.

Cuando el horizonte de pronóstico es 5 días (cuadro 13), los modelos GARCH siguen siendo superados por otros con un 91.2% de significancia, mientras que los modelos MRS-GARCH son superados por los demás con al menos un 92% de confianza. Cuando el horizonte de pronósticos es 10 días (cuadro 14), los modelos GARCH son superados por los demás con un 93.5% de confianza, y los modelos MRS-GARCH son superados por los demás con al menos un 91.4% de confianza. Finalmente, para un horizonte de pronóstico de 22 días (cuadro 15), los modelos GARCH y los modelos MRS-GARCH son superados por los demás con un 92.2% y 92.9% de confianza, respectivamente.

En resumen, todos los resultados reportados apuntan a sugerir que, salvo excepciones, el modelo GJR-GARCH, para las distintas distribuciones consideradas, resulta ser el mejor modelo para pronosticar la volatilidad a diferentes horizontes. Esto es, además, indicativo de que la elección de la especificación econométrica elegida (GARCH, EGARCH, GJR-GARCH o MRS-GARCH) afecta significativamente la calidad de los pronósticos de volatilidad, problema que va más allá de la distribución de probabilidad considerada para las innovaciones en cada modelo.

#### 4. Resumen y Conclusiones

El propósito de este artículo es comparar la capacidad predictiva de distintos modelos de volatilidad habitualmente considerados en la literatura, para una muestra de datos diarios de los retornos del índice de precios selectivo de acciones (IPSA) en el mercado accionario chileno. En particular, el objetivo es determinar si la utilización de modelos GARCH con cambio de régimen constituyen una mejora notable tanto en modelación como en la calidad de los pronósticos, en comparación con los modelos GARCH tradicionales.

Todos los modelos considerados fueron estimados considerando supuestos alternativos a la normal para la distribución de los errores estocásticos. Una vez estimados los modelos, primero se analiza su desempeño dentro de la muestra de estimación, con el fin de determinar el mejor modelo de volatilidad en dicho intervalo. Los resultados muestran que los modelos MRS-GARCH con distribuciones de colas anchas ( $t$  de Student,  $t^2$  de Student con grados de libertad variable y distribución exponencial generalizada) proporcionan un mejor ajuste estadístico a los datos, tanto en términos del logaritmo de verosimilitud como en términos de la mayoría de las funciones de pérdida estadística y criterios de selección de modelos consideradas en este trabajo.

La utilización de los modelos MRS-GARCH también revela que la presencia de dos regímenes de volatilidad para el mercado accionario chileno, ya que la varianza no condicional en el régimen de alta volatilidad es, en términos relativos, sustancialmente mayor que la varianza no condicional en el régimen de baja volatilidad. Por otro lado, las probabilidades de transición estimadas en cada régimen indican que el régimen de alta volatilidad es más persistente que el régimen de baja volatilidad.

Sin embargo, al evaluar el desempeño de los modelos fuera de la muestra de estimación para distintos horizontes de pronósticos, los resultados tienden a favorecer más a modelos de volatilidad sin cambios de régimen. Para determinar el modelo con mejor desempeño fuera de la muestra de estimación se utilizan los estadísticos de Habilidad Predictiva Superior de Hansen (2005) y de Chequeo de Realidad de White (2000). El principal resultado que se obtiene es que, independiente del horizonte de pronóstico considerado, los modelos que presentan mejor desempeño son los modelos GJR-GARCH, seguidos por los modelos EGARCH. En particular, en lo que respecta a la distribución de probabilidad considerada y para cada horizonte de pronóstico se concluye que, para horizontes de pronóstico de un día, cinco días y 10 días, el modelo más preciso en el pronóstico de la volatilidad es el modelo GJR-GARCH con distribución  $t$  de Student; en cambio para un horizonte de pronóstico de 22 días, el modelo más preciso en el pronóstico de la volatilidad es el modelo GJR-GARCH con una distribución exponencial generalizada.

Estos resultados confirman el hecho que, a diferencia de lo que ocurre con economías con mercados accionarios más desarrollados, los modelos de volatilidad sin cambios de régimen tienen un mejor desempeño que los modelos de volatilidad

con cambios de régimen.

Finalmente debemos señalar algunas limitaciones del presente trabajo. En primer lugar se considera sólo dos regímenes de volatilidad entre los cuales la varianza de los retornos cambia de manera abrupta y acuerdo a una variable no observada. En segundo lugar, la modelación considera que las probabilidades de transición son constantes. Por lo tanto una tarea a desarrollar en el futuro es considerar más de dos regímenes de volatilidad determinados endógenamente, así como también la posibilidad de una suave transición entre estados, en la línea de Aranda y Jaramillo (2010).

## Referencias

- [1] Aranda, Rodrigo F., y Patricio Jaramillo G. (2010). “Dinámica No Lineal en el Mercado Accionario Chileno: Evidencia de Retornos y Volúmenes Transados.” *Economía Chilena*, Vol. 13, No. 3, pp. 67-94.
- [2] Bauwens, Luc; Arie Preminger, and Jeroen V. K. Rombouts (2006). “Regime Switching GARCH Models.” *CORE Discussion Paper* No. 11. Department of Economics, Université Catholique de Louvain.
- [3] Bialkowski, Jędrzej (2004). “Modelling Returns on Stock Indices for Western and Central European Stock Exchanges – A Markov Switching Approach,” *South Eastern Europe Journal of Economics*, Vol. 2, pp. 81-100.
- [4] Bollerslev, Tim (1987). “A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return,” *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 69, No. 3, pp. 542-547.
- [5] Bollerslev, Tim (1986). “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, Vol 31, pp. 307-327.
- [6] Cai, Jun (1994). “A Markov Model of Switching-Regime ARCH.” *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 12, No. 3, pp. 309-316.
- [7] Canarella, Giorgio and Stephen K. Pollard (2007). “A Switching ARCH (SWARCH) Model of Stock Market Volatility: Some Evidence from Latin America.” *International Review of Economics*, Vol. 54, No. 4, pp. 445-462.
- [8] Díaz Contreras, Carlos y Freddy Higuera Cates (2005). “Análisis de la Volatilidad Accionaria en Latinoamérica,” *Forum Empresarial*, Vol. 10, No. 002, pp. 2-17.
- [9] Diebold, Francis X. (1986). “Modeling the Persistence of Conditional Variance: A Comment,” *Econometric Reviews*, Vol. 5, No.1, pp. 51-56.
- [10] Diebold, Francis X. and Roberto S. Mariano (1995). “Comparing Predictive Accuracy,” *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 13, No. 3, pp. 253-263.

- [11] Dueker, Michael J. (1997). "Markov Switching in Garch Processes and Mean-Reverting Stock-Market Volatility," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 15, No. 1, pp. 26-34.
- [12] Edwards, Sebastian and Raul Susmel (2003). "Interest-Rate Volatility in Emerging Markets," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 85, No. 2, pp. 328-348.
- [13] Edwards, Sebastian and Raul Susmel (2001). "Volatility Dependence and Contagion in Emerging Equity Markets," *Journal of Development Economics*, Vol. 66, No. 2, pp. 505-532.
- [14] Engle, Robert F. (2004). "Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice," *American Economic Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 405-420.
- [15] Engle, Robert F., and Andrew J. Patton (2001). "What Good is a Volatility Model?," *Quantitative Finance*, Vol. 1, No. 2, pp. 237-245.
- [16] Figlewski, Stephen (1997). "Forecasting Volatility," *Financial Markets, Institutions & Instruments*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-88.
- [17] Gray, Stephen F. (1996). "Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process," *Journal of Financial Economics*, Vol. 42, No. 1, pp. 27-62.
- [18] Glosten, Lawrence R., Ravi Jagannathan and David E. Runkle (1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5, pp. 1779-1801
- [19] Hamilton, James D. (1989). "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle," *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, pp. 357-384.
- [20] Hamilton, James D. and Raul Susmel (1994). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime," *Journal of Econometrics*, Vol. 64, pp. 307-333.
- [21] Hansen, Peter Reinhard (2005). "A Test for Superior Predictive Ability," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 23, No. 4, pp. 365-380.
- [22] Hillebrand, Eric (2005). "Neglecting Parameter Changes in GARCH Models," *Journal of Econometrics*, Vol. 129, No. 1-2, pp. 121-138.
- [23] Hu, Liang and Yongcheol Shin (2008). "Optimal Test for Markov Switching GARCH Models," *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, Vol. 12, No. 3

- [24] Klaassen, Franc (2002). "Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime-Switching GARCH." *Empirical Economics*, Vol. 27, No. 2, pp. 363-394.
- [25] Knight, John and Stephen Satchell (2007). *Forecasting Volatility in the Financial Markets*. Amsterdam: Elsevier Finance. Third Edition.
- [26] Krämer, Walter and Baudouin Tameze Azamo (2007). "Structural Change and Estimated Persistence in the GARCH(1,1)-model," *Economic Letters*, Vol. 97, No. 1, pp. 17-23.
- [27] Lamoureux, Christopher G., and William D. Lastrape (1990). "Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 8, No. 2, pp. 225-234.
- [28] Lamoureux, Christopher G., and William D. Lastrape (1990). "Heteroskedasticity in Stock Returns: Volume versus GARCH Effects," *Journal of Finance*, Vol. 45, No. 1, pp. 221-229.
- [29] Lefort, Fernando y Eduardo Walker (2002). "Cambios Estructurales e Integración. Discusión y Análisis del Mercado Accionario Chileno," *Cuadernos de Economía*, Vol. 39, No. 116, pp. 95-122.
- [30] Lopez Herrera, Francisco (2004). "Modelado de la Volatilidad y Pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores," *Contaduría y Administración*, Vol. 213, pp. 43-72.
- [31] Lorenzo Valdés, Arturo (2005). "No Linealidad en los Mercados Accionarios Latinoamericanos," *Análisis Económico*, Vol. 20, No. 45, pp. 63-74.
- [32] Marcucci, Juri (2005). "Forecasting Stock Market Volatility with Regime-Switching GARCH Models." *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, Vol. 9, No. 4.
- [33] Marcucci, Juri (2001). "Regime-Switching GARCH in the Analysis and Forecasting of stock-market volatility and the effects on option evaluation," *Working paper*, Saints Anna School of Advances Studies, PISA.
- [34] Nelson, Daniel B. (1991). "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach" *Econometrica*, Vol. 59, No. 2, pp. 347-370.
- [35] Poon, Ser-Huang (2005). *A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility*. John Wiley & Sons.
- [36] Poon, Ser-Huang and Clive Granger (2005). "Practical Issues in Forecasting Volatility," *Financial Analysts Journal*, Vol. 61, No. 1, pp. 45-56.

- [37] Venegas Martínez, Francisco y Alejandro Islas Camargo (2005). “Volatilidad de los Mercados Bursátiles de América Latina: Efectos de Largo Plazo,” *Comercio Exterior*, Vol. 55, No. 11, pp. 936-947.
- [38] White, Halbert (2000). “A Reality Check for Data Snooping,” *Econometrica*, Vol. 68, No. 5, pp. 1097-1126.
- [39] Whilhemsson, Anders (2006). “Garch Forecasting Performance under Different Distribution Assumptions,” *Journal of Forecasting*, Vol. 25, No. 8, pp. 561-578.
- [40] Zhang, Dayong; David Dickinson, and Marco Barassi (2005). “Volatility Switching in Shangai Stock Exchange: Does Regulation Help Reduce Volatility?,” *Working Paper*, Department of Economics, The University of Birmingham.
- [41] Zivot, Eric (2009). “Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models.” In Torben G. Anderson et. al., *Handbook of Financial Time Series*. Springer, 2009.

## Anexos

### A. Figuras en el Texto

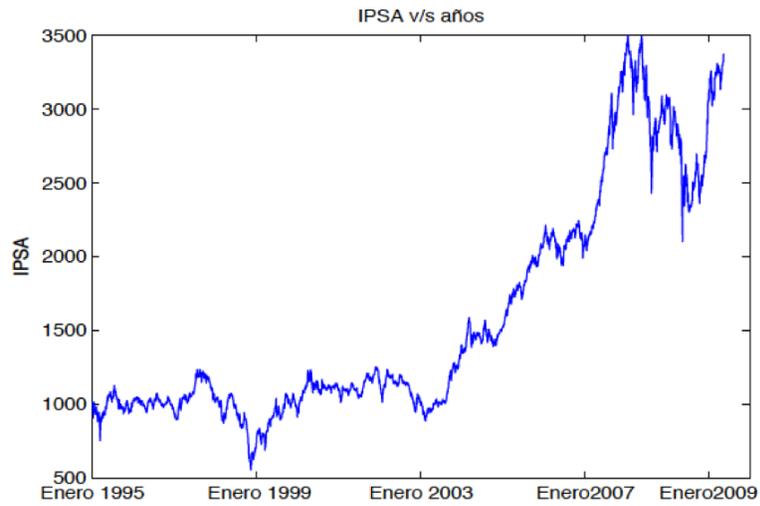


Figura 1: Índice de Precios Selectivo de Acciones, 1995:1 – 2009:12.

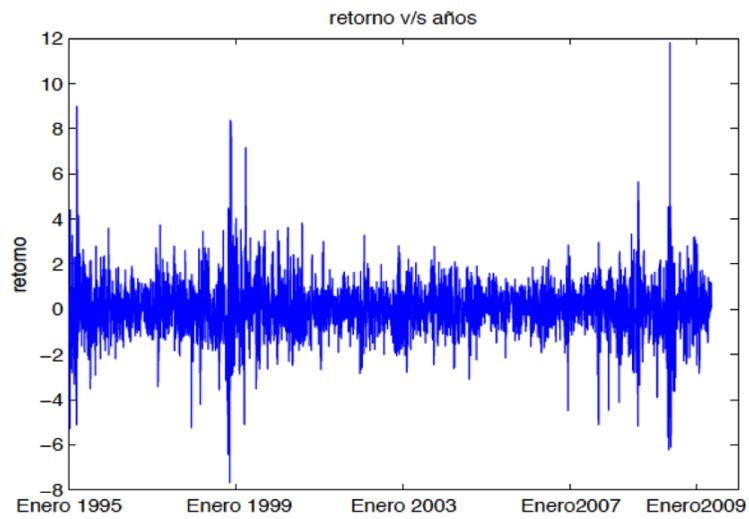


Figura 2: Evolución de los Retornos del IPSA, 1995:1 – 2009:12.

## B. Cuadros Estadísticos

Cuadro 1: Funciones de Pérdida Consideradas

Funciones de Pérdida
$MSE_1 = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\sigma}_{t+n} - \hat{h}_{t,t+n}^{\frac{1}{2}})^2$
$MSE_2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\sigma}_{t+n}^2 - \hat{h}_{t,t+n})^2$
$QLIKE = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\hat{h}_{t,t+n}) - \frac{\hat{\sigma}_{t+n}^2}{\hat{h}_{t,t+n}} \right]$
$R2LOG = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left[ \ln \left( \frac{\hat{\sigma}_{t+n}^2}{\hat{h}_{t,t+n}} \right) \right]$
$MAD_1 = T^{-1} \sum_{t=1}^T  \hat{\sigma}_{t+n} - \hat{h}_{t,t+n}^{\frac{1}{2}} $
$MAD_2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T  \hat{\sigma}_{t+n}^2 - \hat{h}_{t,t+n} $
$HMSE = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left( \frac{\hat{\sigma}_{t+n}^2}{\hat{h}_{t,t+n}} - 1 \right)^2$

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 2: Estadísticos Descriptivos

Estadístico	Valor
Media	0.0316
Desv. Estándar	1.1608
Mínimo	-7.6656
Máximo	11.8034
Skewness	0.3145
Kurtosis	11.1946
Test de Normalidad <i>p-value</i>	10825
p-value	0.001

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 3: Contrastes de Raíz Unitaria

Contraste	Valor Estadístico	Valor Crítico	<i>p - value</i>
Dickey-Fuller Ampliado			
Sin Constante y Sin Tendencia	-20,8589	-1,9416	0,001
Con Constante y Sin Tendencia	-20,9123	-2,8636	0,001
Con Constante y Tendencia	-20,9411	-3,4138	0,001
Phillips Perron			
Sin Constante y Sin Tendencia	-51,6504	-1,9416	0,001
Con Constante y Sin Tendencia	-51,6758	-2,8636	0,001
Con Constante y Tendencia	-51,6862	-3,4138	0,001

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 4: Contrastes por Efecto ARCH.

Rezagos	LBQ - Stat	LM-Stat	Valor Crítico	p-value
1	231.8011	231.5689	3.8415	0.0000
2	378.6626	306.1821	5.9915	0.0000
3	582.2687	404.6662	7.8147	0.0000
4	666.4006	412.4205	9.4877	0.0000
5	846.5243	478.3701	11.0705	0.0000
10	1381.1000	540.1842	18.3070	0.0000
15	1528.2000	546.9259	24.9958	0.0000
20	1639.4000	553.9606	31.4104	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 5: Estimaciones Máximo verosímiles Modelos GARCH, Diferentes Distribuciones Condicionales

	GARCH-N	GARCH- <i>t</i>	GARCH-GED	EGARCH-N	EGARCH- <i>t</i>	EGARCH-GED	GJR-N	GJR- <i>t</i>	GJR-GED
$\mu$	0,0626 (0,015)	0,0562 (0,015)	0,0432 (0,014)	0,0569 (0,015)	0,0525 (0,015)	0,0398 (0,014)	0,0481 (0,016)	0,0459 (0,015)	0,0341 (0,014)
$\alpha_0$	0,0405 (0,006)	0,0433 (0,008)	0,0429 (0,008)	-0,1061 (0,013)	-0,1914 (0,018)	-0,1923 (0,018)	0,0412 (0,006)	0,0441 (0,007)	0,0439 (0,008)
$\alpha_1$	0,1440 (0,011)	0,1373 (0,015)	0,1407 (0,016)	0,2515 (0,016)	0,2458 (0,023)	0,2483 (0,023)	0,1815 (0,015)	0,1784 (0,021)	0,1834 (0,022)
$\beta_1$	0,8222 (0,012)	0,8246 (0,016)	0,8225 (0,017)	0,9644 (0,004)	0,9597 (0,007)	0,9613 (0,007)	0,8285 (0,012)	0,8290 (0,016)	0,8272 (0,017)
$\xi$	-	-	-	-0,0510 (0,008)	-0,0541 (0,011)	-0,0546 (0,011)	0,0897 (0,011)	0,0843 (0,015)	0,0866 (0,015)
$\nu$	-	9,1527 (1,311)	1,433 (0,045)	-	9,0614 (1,363)	1,4364 (0,047)	-	9,5294 (1,423)	1,4476 (0,046)
$\ln(L)$	-4636.4581	-4600.0757	-4593.7937	-4630.5418	-4594.7950	-4587.9301	-4620.62652	-4587.1353	-4581.0007
Persistencia	0.9662	0.9619	0.9631	0.9644	0.9597	0.9613	0.9641	0.9604	0.9622

Errores Estándar Asintóticos en Paréntesis

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 6: Estimaciones Máximo Verosímiles Modelos GARCH con Cambio de Régimen,  
MRS-GARCH

Parámetro	MRS-GARCH- $N$	MRS-GARCH- $t2$	MRS-GARCH- $t$	MRS-GARCH- $GED$
$\mu^{(1)}$	0,1832 (0,03)	0,1923 (0,032)	0,1926 (0,031)	0,1219 (0,022)
$\mu^{(2)}$	-0,4726 (0,125)	-0,5006 (0,109)	-0,5007 (0,107)	-0,6986 (0,115)
$\alpha_0^{(1)}$	0,0185 (0,008)	0,0149 (0,012)	0,0152 (0,012)	0,0195 (0,01)
$\alpha_0^{(2)}$	0,0026 (0,045)	0,0001 (0,064)	0,0001 (0,063)	0,0001 (0,1)
$\alpha_1^{(1)}$	0,0896 (0,013)	0,0843 (0,019)	0,0849 (0,019)	0,0837 (0,016)
$\alpha_1^{(2)}$	0,2399 (0,039)	0,3157 (0,074)	0,3128 (0,073)	0,4415 (0,122)
$\beta_1^{(1)}$	0,8395 (0,015)	0,8481 (0,025)	0,8465 (0,024)	0,8559 (0,020)
$\beta_1^{(2)}$	0,7556 (0,043)	0,6550 (0,090)	0,6603 (0,089)	0,4972 (0,141)
$p_{11}$	0,9310 (0,022)	0,9147 (0,026)	0,9146 (0,026)	0,9499 (0,015)
$p_{22}$	0,7682 (0,064)	0,7248 (0,067)	0,7252 (0,067)	0,6778 (0,068)
$\nu_1^{(1)}$	—	8,1222 (1,529)	8,2398 (1,26)	1,4274 (0,052)
$\nu_1^{(2)}$	—	8,9070 (3,796)	8,2398 (1,26)	1,4274 (0,052)
$LogL$	-4595,4711	-4561,1060	-4561,1179	-4561,5801
$\pi_1$	0,7705	0,7634	0,7629	0,8656
$\pi_2$	0,2295	0,2366	0,2371	0,1344
Persistencia <sup>(1)</sup>	0,9291	0,9324	0,9314	0,9396
Persistencia <sup>(2)</sup>	0,9956	0,9706	0,9731	0,9386
$\sigma^{2(1)}$	0,2602	0,2204	0,2211	0,3222
$\sigma^{2(2)}$	0,5786	0,0034	0,0037	0,0026

Errores Estándar Asintóticos en Paréntesis

Cuadro 7: Estadísticos de Bondad del Ajuste y Ranking Correspondiente

Modelo	AIC	Ranking	BIC	Ranking	$\ln(L)$	Ranking	$MSE_1$	Ranking	$MSE_2$	Ranking
GARCH-N	2.755	13	2.762	13	-4636.46	13	0.616	13	11.346	12
GARCH- $t$	2.734	9	2.743	9	-4600.08	10	0.610	11	11.200	10
GARCH-GED	2.730	7	2.739	7	-4593.79	7	0.613	12	11.246	11
EGARCH-N	2.751	12	2.760	12	-4629.24	12	0.580	6	10.533	<b>1</b>
EGARCH- $t$	2.731	8	2.742	8	-4594.80	8	0.576	4	10.551	3
EGARCH-GED	2.727	6	2.738	6	-4587.93	6	0.578	5	10.539	2
GJR-N	2.746	11	2.755	11	-4620.63	11	0.599	10	10.842	9
GJR- $t$	2.727	5	2.738	5	-4587.14	5	0.593	7	10.719	4
GJR-GED	2.723	4	2.734	<b>1</b>	-4581.00	4	0.596	9	10.764	6
MRS-GARCH-N	2.734	10	2.752	10	-4595.47	9	0.595	8	12.038	13
MRS-GARCH- $t^2$	2.715	3	2.737	4	-4561.11	<b>1</b>	0.576	2	10.813	7
MRS-GARCH- $t$	2.715	2	2.734	3	-4561.58	3	0.575	<b>1</b>	10.759	5
MRS-GARCH-GED	2.714	<b>1</b>	2.734	2	-4561.12	2	0.576	3	10.824	8

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Continuación Cuadro 7: Estadísticos de Bondad del Ajuste y Ranking Correspondiente

Modelo	QLIKE	Ranking	R2LOG	Ranking	$MAD_2$	Ranking	$MAD_1$	Ranking	HMSE	Ranking
GARCH-N	0.914	7	8.411	11	1.303	13	0.591	13	3.098	7
GARCH- $t$	0.914	8	8.417	12	1.292	11	0.589	11	3.108	8
GARCH-GED	0.915	9	8.421	13	1.296	12	0.590	12	3.113	9
EGARCH-N	0.911	4	8.398	8	1.249	6	0.583	8	2.978	1
EGARCH- $t$	0.911	6	8.406	10	1.243	4	0.582	5	2.983	3
EGARCH-GED	0.911	5	8.405	9	1.246	5	0.583	6	2.978	2
GJR-N	0.905	1	8.363	5	1.278	10	0.585	10	3.041	5
GJR- $t$	0.906	3	8.367	6	1.269	8	0.583	7	3.044	6
GJR-GED	0.906	2	8.369	7	1.273	9	0.584	9	3.036	4
MRS-GARCH-N	0.920	11	8.085	3	1.260	7	0.570	4	3.818	11
MRS-GARCH- $t_2$	0.921	13	8.066	1	1.236	1	0.567	1	3.866	13
MRS-GARCH- $t$	0.917	10	8.102	4	1.238	3	0.569	3	3.756	10
MRS-GARCH-GED	0.921	12	8.067	2	1.237	2	0.567	2	3.862	12

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 8: Evaluación de Pronósticos Fuera de la Muestra, para horizonte de un día ( $h = 1$ ).

Modelo	$MSE_1$	$r$	$MSE_2$	$r$	$Qlike$	$r$	$R^2Log$	$r$	$MAD_2$	$r$	$MAD_1$	$r$	$HMSE$	$r$	$SR$	$DA$
GARCH- $N$	1,1650	13	53,5459	11	1,7994	13	10,4113	13	0,7870	13	2,4216	13	26,3114	13	0,71	3,7279
GARCH- $t$	1,1574	11	53,6609	12	1,7914	11	10,3879	11	0,7883	11	2,4042	10	26,8606	12	0,71	3,5312
GARCH- $GED$	1,1610	12	53,6667	13	1,7917	12	10,4097	12	0,7852	12	2,4108	11	25,4274	11	0,71	3,6618
EGARCH- $N$	0,8557	6	43,3573	4	1,1908	4	9,9660	3	0,7042	6	2,1053	5	1,5491	4	0,77	7,6087
EGARCH- $t$	0,8529	3	44,1791	6	1,1932	6	9,9397	1	0,7009	3	2,0924	1	1,6067	6	0,77	7,8963
EGARCH- $GED$	0,8545	4	43,8934	5	1,1930	5	9,9567	2	0,7026	5	2,0978	2	1,5825	5	0,77	7,8963
GJR- $N$	0,8547	5	40,0949	1	1,1606	3	10,0545	6	0,7021	4	2,1124	6	1,1752	1	0,76	6,7691
GJR- $t$	0,8456	1	40,4423	3	1,1598	2	10,0225	4	0,6985	1	2,0981	3	1,2013	3	0,76	6,8799
GJR- $GED$	0,8467	2	40,2334	2	1,1590	1	10,0338	5	0,6991	2	2,0996	4	1,1838	2	0,76	6,6928
MRS-GARCH- $N$	1,1200	7	52,7031	7	1,4497	7	10,3400	10	0,7760	9	2,4109	12	4,7604	7	0,73	4,0776
MRS-GARCH- $t_2$	1,1256	9	53,0180	9	1,5054	10	10,2641	8	0,7754	8	2,4024	8	6,1026	10	0,72	3,6057
MRS-GARCH- $t$	1,1258	10	53,0363	10	1,5038	9	10,2622	7	0,7753	7	2,4032	9	6,0944	9	0,72	3,6754
MRS-GARCH- $GED$	1,1243	8	52,9478	8	1,4934	8	10,3246	9	0,7763	10	2,3986	7	5,7780	8	0,72	3,8071

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 9: Evaluación de Pronósticos Fuera de la Muestra, para horizonte de cinco días ( $h = 5$ ).

Modelo	$MSE_1$	$r$	$MSE_2$	$r$	$Qlike$	$r$	$R^2Log$	$r$	$MAD_2$	$r$	$MAD_1$	$r$	$HMSE$	$r$	$SR$	$DA$
GARCH- $N$	2,5157	11	382,1188	11	3,2925	13	1,1383	13	1,0562	13	8,0058	13	5,4497	13	0,76	7,2786
GARCH- $t$	2,5216	12	384,8209	13	3,2909	12	1,1304	11	1,0539	11	7,9666	11	5,3558	12	0,76	7,1970
GARCH- $GED$	2,5223	13	384,5290	12	3,2901	11	1,1343	12	1,0549	12	7,9789	12	2,2986	11	0,76	7,1970
EGARCH- $N$	2,1627	4	353,2009	8	3,2016	6	0,9264	<b>1</b>	0,9439	4	7,1862	4	3,1548	10	0,77	8,3762
EGARCH- $t$	2,2116	7	362,4654	10	3,2047	7	0,9294	3	0,9509	6	7,2516	6	3,1431	9	0,77	8,6226
EGARCH- $GED$	2,1882	5	358,3596	9	3,2005	5	0,9271	2	0,9474	5	7,2215	5	3,1114	8	0,77	8,4612
GJR- $N$	1,7260	3	247,1467	2	3,0463	2	0,9515	6	0,9203	3	6,8368	3	1,2248	<b>1</b>	0,78	8,4546
GJR- $t$	1,7160	2	249,2517	3	3,0475	3	0,9437	4	0,9176	<b>1</b>	6,8105	2	1,2554	3	0,78	8,6203
GJR- $GED$	1,7126	<b>1</b>	246,7834	<b>1</b>	3,0461	<b>1</b>	0,9466	5	0,9180	2	6,8085	<b>11</b>	1,2329	2	0,78	8,4546
MRS-GARCH- $N$	2,2004	6	342,6769	4	3,1684	4	1,0229	7	1,0052	7	7,6657	7	2,2730	4	0,77	7,6191
MRS-GARCH- $t_2$	2,3061	10	350,5647	6	3,2324	10	1,0565	10	1,0266	10	7,7598	9	3,0625	7	0,77	7,2724
MRS-GARCH- $t$	2,3001	8	350,5912	7	3,2281	9	1,0526	9	1,0247	8	7,7543	8	3,0267	6	0,77	7,1871
MRS-GARCH- $GED$	2,3013	9	350,3554	5	3,2113	8	1,0513	8	1,0257	9	7,7605	10	2,8276	5	0,76	7,0138

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 10: Evaluación de Pronósticos Fuera de la Muestra, para horizonte de diez días ( $h = 10$ ).

Modelo	$MSE_1$	$r$	$MSE_2$	$r$	$Qlike$	$r$	$R^2 Log$	$r$	$MAD_2$	$r$	$MAD_1$	$r$	$HMSE$	$r$	$SR$	$DA$
GARCH- $N$	4,7049	8	1319,1262	8	4,0339	5	0,7214	8	1,3833	10	15,4734	13	5,3804	10	0,75	6,3702
GARCH- $t$	4,7202	10	1322,7313	10	4,0368	7	0,7166	6	1,3742	6	15,3004	8	5,3390	9	0,75	6,2951
GARCH- $GED$	4,7149	9	1321,8109	9	4,0343	6	0,7179	7	1,3768	7	15,3489	10	5,2672	8	0,76	6,4461
EGARCH- $N$	5,6668	11	1442,3091	11	4,4168	13	0,9603	13	1,4877	12	15,3110	9	8,6740	13	0,74	6,9468
EGARCH- $t$	5,7487	13	1463,5798	13	4,4103	12	0,9558	12	1,4958	13	15,4485	12	8,5807	12	0,74	7,0543
EGARCH- $GED$	5,6966	12	1453,3642	12	4,4027	11	0,9488	11	1,4875	11	15,3688	11	8,5022	11	0,75	7,1234
GJR- $N$	3,4503	3	955,7115	2	3,8303	1	0,5763	3	1,2460	3	13,7760	3	1,4925	1	0,77	7,5689
GJR- $t$	3,4384	2	959,3604	3	3,8344	3	0,5718	1	1,2361	1	13,6040	1	1,5716	3	0,77	7,5689
GJR- $GED$	3,4281	1	952,4908	1	3,8313	2	0,5732	2	1,2395	2	13,6479	2	1,5237	2	0,78	7,6495
MRS-GARCH- $N$	4,2435	4	1195,7054	4	3,9687	4	0,6559	4	1,3293	4	14,8363	4	2,9086	4	0,77	7,0789
MRS-GARCH- $t_2$	4,6153	7	1258,2701	7	4,0832	10	0,7422	10	1,3827	9	15,1182	7	4,1340	7	0,78	7,3467
MRS-GARCH- $t$	4,5958	6	1255,0247	6	4,0769	9	0,7363	9	1,3805	8	15,1140	6	4,0832	6	0,77	7,1616
MRS-GARCH- $GED$	4,5650	5	1254,1087	5	4,0476	8	0,7129	5	1,3632	5	15,0020	5	3,8476	5	0,77	6,8112

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 11: Evaluación de Pronósticos Fuera de la Muestra, para horizonte de Veintidos días ( $h = 22$ ).

Modelo	$MSE_1$	$r$	$MSE_2$	$r$	$Qlike$	$r$	$R^2 Log$	$r$	$MAD_2$	$r$	$MAD_1$	$r$	$HMSE$	$r$	$SR$	$DA$
GARCH- $N$	11,1865	6	5332,1939	7	5,0079	4	0,6887	6	1,9880	6	32,6860	7	7,3695	4	0,76	6,2674
GARCH- $t$	11,1692	5	5282,0210	5	5,0188	6	0,6868	5	1,9678	4	32,1384	5	7,5604	6	0,76	6,5108
GARCH- $GED$	11,1579	4	5289,0926	6	5,0135	5	0,6864	4	1,9726	5	32,2671	6	7,4393	5	0,76	6,4635
EGARCH- $N$	19,2222	13	6439,4674	11	7,2726	13	2,2280	13	3,1299	13	40,0378	12	58,8466	13	0,75	6,9881
EGARCH- $t$	19,1917	12	6463,0118	13	7,1689	11	2,1701	12	3,1163	12	40,0796	13	55,3714	11	0,74	6,9135
EGARCH- $GED$	19,1263	11	6446,6694	12	7,1718	12	2,1661	11	3,1084	11	39,9889	11	55,8555	12	0,74	6,7927
GJR- $N$	9,3914	3	4546,7342	3	4,8297	1	0,5823	3	1,8815	3	30,8062	3	3,7699	1	0,79	8,0537
GJR- $t$	9,3362	2	4501,5586	2	4,8411	3	0,5797	2	1,8562	1	30,1862	1	4,0271	3	0,79	7,8930
GJR- $GED$	9,3165	1	4498,3362	1	4,8331	2	0,5796	1	1,8649	2	30,3840	2	3,8642	2	0,79	7,8930
MRS-GARCH- $N$	11,3508	7	5146,0919	4	5,1232	7	0,7396	7	1,9958	7	31,7315	4	8,8140	7	0,78	7,1194
MRS-GARCH- $t_2$	12,8014	10	5401,8610	10	5,4312	10	0,9672	10	2,2020	10	33,2915	10	14,1817	10	0,78	7,1989
MRS-GARCH- $t$	12,7511	9	5393,8738	9	5,4193	9	0,9569	9	2,1942	9	33,2463	9	14,01139	9	0,78	7,2792
MRS-GARCH- $GED$	12,3883	8	5349,7184	8	5,3163	8	0,8788	8	2,1245	8	32,7160	8	12,2013	8	0,78	6,9234

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 12: Contrastes de Chequeo de Realidad y Habilidad Predictiva Superior ( $h = 1$ ).

Modelo		$MSE_1$	$MSE_2$	$QLike$	$R2Log$	$MAD_1$	$MAD_2$	$HMSE$
GARCH- $N$	$SPA_l$	0,001	0,0058	0,006	0	0	0,001	0,080
	$SPA_c$	0,001	0,0058	0,006	0	0	0,001	0,080
	RC	0,001	0,0058	0,006	0	0	0,001	0,080
GARCH- $t$	$SPA_l$	0,001	0,060	0,004	0	0	0,002	0,084
	$SPA_c$	0,001	0,060	0,004	0	0	0,002	0,084
	RC	0,001	0,060	0,004	0	0	0,002	0,084
GARCH- $GED$	$SPA_l$	0,001	0,064	0,005	0	0	0,001	0,084
	$SPA_c$	0,001	0,064	0,005	0	0	0,001	0,084
	RC	0,001	0,064	0,005	0	0	0,001	0,084
EGARCH- $N$	$SPA_l$	0,377	0,108	0,003	0,058	0,213	0,441	0,013
	$SPA_c$	0,377	0,108	0,003	0,058	0,213	0,441	0,013
	RC	0,724	0,458	0,515	0,582	0,516	0,724	0,614
EGARCH- $t$	$SPA_l$	0,382	0,121	0,005	0,550	0,384	0,581	0,009
	$SPA_c$	0,383	0,121	0,005	1	0,598	0,970	0,009
	RC	0,739	0,395	0,518	1	0,659	0,974	0,588
EGARCH- $GED$	$SPA_l$	0,385	0,112	0,006	0,040	0,304	0,488	0,011
	$SPA_c$	0,386	0,112	0,006	0,396	0,511	0,498	0,011
	RC	0,743	0,415	0,513	0,638	0,580	0,733	0,591
GJR- $N$	$SPA_l$	0,393	0,541	0,073	0,022	0,304	0,307	0,503
	$SPA_c$	0,394	0,759	0,073	0,033	0,592	0,625	0,994
	RC	0,685	0,768	0,726	0,103	0,628	0,659	0,997
GJR- $t$	$SPA_l$	0,890	0,225	0,080	0,067	0,804	0,431	0
	$SPA_c$	1	0,225	0,631	0,115	0,999	0,834	0
	RC	1	0,796	0,797	0,239	0,999	0,848	0,710
GJR- $GED$	$SPA_l$	0,377	0,278	0,658	0,050	0,353	0,426	0,006
	$SPA_c$	0,806	0,505	1	0,076	0,827	0,724	0,006
	RC	0,877	0,847	1	0,186	0,852	0,748	0,740
MRS-GARCH- $N$	$SPA_l$	0,003	0,072	0	0	0	0,004	0
	$SPA_c$	0,003	0,072	0	0	0	0,004	0
	RC	0,003	0,072	0,009	0	0	0,004	0,387
MRS-GARCH- $t2$	$SPA_l$	0,001	0,067	0	0	0	0,003	0,004
	$SPA_c$	0,001	0,067	0	0	0	0,003	0,004
	RC	0,001	0,067	0,001	0	0	0,003	0,369
MRS-GARCH- $t$	$SPA_l$	0,003	0,079	0	0	0	0,004	0,004
	$SPA_c$	0,003	0,079	0	0	0	0,004	0,004
	RC	0,003	0,079	0,001	0	0	0,004	0,373
MRS-GARCH- $GED$	$SPA_l$	0,002	0,074	0	0	0	0,003	0,002
	$SPA_c$	0,002	0,074	0	0	0	0,003	0,002
	RC	0,002	0,07	0	0	0	0,003	0,379

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 13: Contrastes de Chequeo de Realidad y Habilidad Predictiva Superior ( $h = 5$ ).

Modelo		$MSE_1$	$MSE_2$	$QLike$	$R2Log$	$MAD_1$	$MAD_2$	$HMSE$
GARCH- $N$	$SPA_l$	0,004	0,074	0,009	0	0	0	0,088
	$SPA_c$	0,004	0,074	0,009	0	0	0	0,088
	RC	0,004	0,074	0,009	0	0	0	0,088
GARCH- $t$	$SPA_l$	0,002	0,066	0,008	0	0	0,001	0,079
	$SPA_c$	0,002	0,066	0,008	0	0	0,001	0,079
	RC	0,002	0,066	0,008	0	0	0,001	0,079
GARCH- $GED$	$SPA_l$	0,007	0,074	0,006	0	0	0,001	0,086
	$SPA_c$	0,007	0,074	0,006	0	0	0,001	0,086
	RC	0,007	0,074	0,006	0	0	0,001	0,086
EGARCH- $N$	$SPA_l$	0,310	0,110	0,049	0,162	0,377	0,316	0,006
	$SPA_c$	0,310	0,110	0,049	0,543	0,612	0,540	0,006
	RC	0,710	0,396	0,493	0,799	0,710	0,610	0,536
EGARCH- $t$	$SPA_l$	0,274	0,106	0,044	0,526	0,366	0,282	0,005
	$SPA_c$	0,274	0,106	0,044	0,997	0,540	0,501	0,005
	RC	0,658	0,271	0,486	0,999	0,636	0,564	0,517
EGARCH- $GED$	$SPA_l$	0,297	0,117	0,047	0,057	0,338	0,295	0,003
	$SPA_c$	0,297	0,117	0,047	0,452	0,533	0,529	0,003
	RC	0,685	0,332	0,509	0,725	0,630	0,596	0,527
GJR- $N$	$SPA_l$	0,326	0,554	0,267	0	0,385	0,316	0,487
	$SPA_c$	0,644	0,631	0,631	0	0,587	0,661	0,856
	RC	0,680	0,733	0,775	0,005	0,657	0,717	0,959
GJR- $t$	$SPA_l$	0,786	0,287	0,256	0	0,836	0,792	0,022
	$SPA_c$	0,989	0,287	0,664	0,001	0,989	0,983	0,022
	RC	0,989	0,841	0,838	0,009	0,991	0,985	0,756
GJR- $GED$	$SPA_l$	0,430	0,424	0,839	0	0,398	0,395	0,142
	$SPA_c$	0,904	0,817	0,998	0	0,854	0,898	0,144
	RC	0,911	0,906	0,998	0,007	0,875	0,905	0,802
MRS-GARCH- $N$	$SPA_l$	0,010	0,080	0	0	0	0,010	0,003
	$SPA_c$	0,010	0,080	0	0	0	0,010	0,003
	RC	0,010	0,080	0,054	0	0	0,010	0,418
MRS-GARCH- $t2$	$SPA_l$	0,008	0,080	0	0	0	0,007	0,003
	$SPA_c$	0,008	0,080	0	0	0	0,007	0,008
	RC	0,008	0,080	0	0	0	0,007	0,418
MRS-GARCH- $t$	$SPA_l$	0,009	0,074	0	0	0	0,009	0,006
	$SPA_c$	0,009	0,074	0	0	0	0,009	0,006
	RC	0,009	0,074	0,001	0	0	0,009	0,383
MRS-GARCH- $GED$	$SPA_l$	0,010	0,080	0	0	0	0,005	0,009
	$SPA_c$	0,010	0,080	0	0	0	0,005	0,009
	RC	0,010	0,080	0,002	0	0	0,005	0,361

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 14: Contrastes de Chequeo de Realidad y Habilidad Predictiva Superior ( $h = 10$ ).

Modelo		$MSE_1$	$MSE_2$	$QLike$	$R2Log$	$MAD_1$	$MAD_2$	$HMSE$
GARCH- $N$	SPA <sub>l</sub>	0,006	0,055	0,010	0	0	0,004	0,065
	SPA <sub>c</sub>	0,006	0,055	0,010	0	0	0,004	0,065
	RC	0,006	0,055	0,010	0	0	0,004	0,065
GARCH- $t$	SPA <sub>l</sub>	0,005	0,059	0,009	0	0	0,004	0,063
	SPA <sub>c</sub>	0,005	0,059	0,009	0	0	0,004	0,063
	RC	0,005	0,059	0,009	0	0	0,004	0,063
GARCH- $GED$	SPA <sub>l</sub>	0,005	0,063	0,007	0	0	0,004	0,061
	SPA <sub>c</sub>	0,005	0,063	0,007	0	0	0,004	0,061
	RC	0,005	0,063	0,007	0	0	0,004	0,061
EGARCH- $N$	SPA <sub>l</sub>	0,194	0,112	0,031	0,388	0,442	0,291	0,002
	SPA <sub>c</sub>	0,194	0,112	0,031	0,737	0,448	0,291	0,002
	RC	0,474	0,135	0,318	0,924	0,754	0,543	0,417
EGARCH- $t$	SPA <sub>l</sub>	0,184	0,114	0,023	0,505	0,388	0,275	0
	SPA <sub>c</sub>	0,184	0,114	0,023	0,836	0,581	0,275	0
	RC	0,402	0,123	0,321	0,919	0,629	0,497	0,397
EGARCH- $GED$	SPA <sub>l</sub>	0,205	0,118	0,020	0,200	0,417	0,291	0,001
	SPA <sub>c</sub>	0,205	0,118	0,020	0,582	0,616	0,291	0,001
	RC	0,455	0,128	0,316	0,812	0,666	0,528	0,413
GJR- $N$	SPA <sub>l</sub>	0,243	0,539	0,373	0,001	0,474	0,347	0,530
	SPA <sub>c</sub>	0,505	0,586	0,706	0,003	0,667	0,717	0,911
	RC	0,684	0,740	0,804	0,012	0,698	0,723	0,947
GJR- $t$	SPA <sub>l</sub>	0,670	0,304	0,266	0,001	0,890	0,800	0,032
	SPA <sub>c</sub>	0,958	0,304	0,694	0,003	0,988	0,978	0,032
	RC	0,967	0,861	0,857	0,018	0,989	0,979	0,737
GJR- $GED$	SPA <sub>l</sub>	0,557	0,596	0,647	0	0,538	0,558	0,089
	SPA <sub>c</sub>	0,929	0,934	0,971	0,002	0,888	0,935	0,089
	RC	0,939	0,940	0,981	0,015	0,898	0,935	0,796
MRS-GARCH- $N$	SPA <sub>l</sub>	0,021	0,085	0	0	0,001	0,030	0
	SPA <sub>c</sub>	0,021	0,085	0	0	0,001	0,030	0
	RC	0,021	0,085	0,022	0	0,001	0,030	0,351
MRS-GARCH- $t2$	SPA <sub>l</sub>	0,012	0,068	0	0	0	0,011	0,001
	SPA <sub>c</sub>	0,012	0,068	0	0	0	0,011	0,001
	RC	0,012	0,068	0,001	0	0	0,011	0,313
MRS-GARCH- $t$	SPA <sub>l</sub>	0,009	0,086	0,001	0	0	0,014	0
	SPA <sub>c</sub>	0,009	0,086	0,001	0	0	0,014	0
	RC	0,009	0,086	0,001	0	0	0,014	0,294
MRS-GARCH- $GED$	SPA <sub>l</sub>	0,010	0,065	0	0	0	0,013	0,002
	SPA <sub>c</sub>	0,010	0,065	0	0	0	0,013	0,002
	RC	0,010	0,065	0,001	0	0	0,013	0,317

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.

Cuadro 15: Contrastes de Chequeo de Realidad y Habilidad Predictiva Superior ( $h = 22$ ).

Modelo		$MSE_1$	$MSE_2$	$QLike$	$R2Log$	$MAD_1$	$MAD_2$	$HMSE$
GARCH- $N$	$SPA_l$	0.009	0.045	0.007	0.000	0.000	0.006	0.078
	$SPA_c$	0.009	0.045	0.007	0.000	0.000	0.006	0.078
	RC	0.009	0.045	0.007	0.000	0.000	0.006	0.078
GARCH- $t$	$SPA_l$	0.009	0.067	0.007	0.000	0.000	0.012	0.068
	$SPA_c$	0.009	0.067	0.007	0.000	0.000	0.012	0.068
	RC	0.009	0.067	0.007	0.000	0.000	0.012	0.068
GARCH- $GED$	$SPA_l$	0.010	0.057	0.005	0.000	0.000	0.009	0.075
	$SPA_c$	0.010	0.057	0.005	0.000	0.000	0.009	0.075
	RC	0.010	0.057	0.005	0.000	0.000	0.009	0.075
EGARCH- $N$	$SPA_l$	0.135	0.105	0.010	0.580	0.423	0.276	0.000
	$SPA_c$	0.135	0.105	0.010	0.865	0.621	0.441	0.000
	RC	0.166	0.107	0.098	0.954	0.639	0.455	0.350
EGARCH- $t$	$SPA_l$	0.114	0.106	0.005	0.401	0.370	0.245	0.000
	$SPA_c$	0.114	0.106	0.005	0.613	0.534	0.375	0.000
	RC	0.128	0.107	0.091	0.789	0.550	0.389	0.324
EGARCH- $GED$	$SPA_l$	0.127	0.097	0.005	0.533	0.385	0.259	0.030
	$SPA_c$	0.127	0.097	0.005	0.801	0.577	0.411	0.030
	RC	0.147	0.099	0.095	0.909	0.593	0.423	0.349
GJR- $N$	$SPA_l$	0.219	0.461	0.391	0.056	0.439	0.349	0.486
	$SPA_c$	0.519	0.533	0.707	0.056	0.643	0.681	0.842
	RC	0.655	0.727	0.791	0.111	0.676	0.692	0.925
GJR- $t$	$SPA_l$	0.478	0.311	0.267	0.078	0.870	0.677	0.051
	$SPA_c$	0.573	0.311	0.697	0.078	0.985	0.972	0.051
	RC	0.948	0.875	0.855	0.164	0.988	0.974	0.741
GJR- $GED$	$SPA_l$	0.621	0.699	0.616	0.073	0.595	0.701	0.170
	$SPA_c$	0.964	0.969	0.957	0.073	0.905	0.966	0.201
	RC	0.968	0.971	0.972	0.137	0.914	0.966	0.808
MRS-GARCH- $N$	$SPA_l$	0.021	0.071	0.000	0.000	0.003	0.030	0.000
	$SPA_c$	0.021	0.071	0.000	0.000	0.003	0.030	0.000
	RC	0.021	0.071	0.014	0.000	0.003	0.030	0.347
MRS-GARCH- $t2$	$SPA_l$	0.009	0.057	0.000	0.000	0.001	0.020	0.001
	$SPA_c$	0.009	0.057	0.000	0.000	0.001	0.020	0.001
	RC	0.009	0.057	0.000	0.000	0.001	0.020	0.290
MRS-GARCH- $t$	$SPA_l$	0.009	0.063	0.000	0.000	0.001	0.018	0.000
	$SPA_c$	0.009	0.063	0.000	0.000	0.001	0.018	0.000
	RC	0.009	0.063	0.001	0.000	0.001	0.018	0.227
MRS-GARCH- $GED$	$SPA_l$	0.010	0.053	0.000	0.000	0.001	0.016	0.002
	$SPA_c$	0.010	0.053	0.000	0.000	0.001	0.016	0.002
	RC	0.010	0.053	0.001	0.000	0.010	0.016	0.342

Fuente: Elaboración Propia en base a Estimaciones.