



Departamento de Economía

Working Paper Series

Un modelo de vectores auto-regresivos para el mercado financiero chileno

Autor: Christian Johnson M.

WP 1992 - N° 01

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FAC. DE ADMINISTRACION Y ECONOMIA
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

DOCUMENTO
DE
INVESTIGACION

Nº 1

UN MODELO DE VECTORES AUTOREGRESIVOS PARA
EL MERCADO FINANCIERO CHILENO *

Christian A. Johnson Medina
Diciembre de 1992

* El autor agradece a Reynaldo Arias por su eficiente labor de ayudante de investigación, y, al financiamiento otorgado por DICYT.

UN MODELO DE VECTORES AUTOREGRESIVOS PARA
EL MECADO FINANCIERO CHILENO

Christian A. Johnson M.

RESUMEN

Este artículo analiza, en base a instrumental econométrico, el impacto que tiene la política de estabilización, vía la tasa de interés, sobre el precio de otros activos financieros sustitutos. Para esto se utilizó como base de análisis la metodología de los Vectores Autoregresivos (VAR), y además, sus modificaciones para modelos con corrección de errores (de co-integración y de multicointegración), y modelos bayesianos (BVAR). Los resultados indican que el desequilibrio que se produce en estos mercados desaparece después de un año de sucedido el shock. Esto sugeriría de parte de la Autoridad Económica algún grado de estabilización del mercado financiero de corto plazo, de manera de no producir fuertes desequilibrios en mercados como el accionario y el de la divisa.

KEYWORDS: Raíz unitaria, proceso integrado, co-integración, multicointegración, VAR.

1. INTRODUCCION

La secuencia que siguen algunas variables del mercado financiero aún son una incógnita en el campo de las finanzas y la macroeconomía. Diversas teorías se han elaborado con el fin de explicar el nivel alcanzado por los precios de ciertos activos financieros, como las acciones, la tasa de interés, y en el campo macroeconómico, el dólar.

La alta respuesta de estos mercados a la disponibilidad de "información", la existencia de "burbujas racionales", la moda¹, y por supuesto, el modelo de mercados eficientes, son algunas de las hipótesis más manejadas. Gran cantidad de material empírico ha estado en busca de la solución para este enigma².

¹Con características de boom. Se le conoce como "fads".

²Para Estados Unidos ver Shiller (1989), en donde además se presenta una buena recopilación del tema. En el caso de Chile revisar Meller y Solimano (1984), y Johnson (1992).

El objetivo de este estudio no es cuestionar ni testear estas hipótesis. El propósito es evaluar el impacto que tiene la política de estabilización (vía manejo de la estructura de tasas de interés) sobre algunas variables claves del mercado financiero de corto plazo, tales como el precio de las acciones (IGPA) y el dólar paralelo, considerando que estas respuestas tienen una posible explicación en base a las hipótesis arriba mencionadas.

El estudio se divide principalmente en cuatro partes. Primero se evalúa la existencia de raíz unitaria en las series analizadas. Para esto se utilizan los tests clásicos de Dickey y Fuller, y además el test de Perron, para el caso de quiebres estructurales. Segundo, se realizan tests de co-integración y de multicointegración entre las variables que demostraron tener raíz unitaria, con el fin de construir un modelo dinámico bien especificado. Tercero, se efectúan las estimaciones de los distintos modelos VAR (simple, con corrección de errores de co-integración, con corrección de errores de multicointegración, y con enfoque bayesiano), testeando específicamente el número de rezagos óptimo que debe tener el sistema a simular. Cuarto, se procede a realizar simulaciones de impulso-respuesta frente a shocks en la tasa de interés considerando los distintos modelos. Por último, se presentan las conclusiones.

2. RAICES UNITARIAS³

Testear raíces unitarias se ha transformado en una actividad que no se asemeja a aquella de la década de los setenta. El primer estudio formal que se llevó a cabo entre dos series no relacionadas, utilizando métodos analíticos y experimentales se

³Parte de esta sección sigue de cerca a Hendry (1986), y Diebold y Nerlove (1990).

debió a Yule (1926). Este concluyó que si dos series en niveles eran ruido blanco⁴, entonces, la distribución de correlación sería aproximadamente una normal, pero en el caso en que las series fueran $I(1)$ la distribución de correlación se transformaría en una semi-elipse con exceso de frecuencia en ambas 'colas'. Finalmente, si era el caso que las series originales fueran $I(2)$, la distribución de correlación tendría una forma de U, de manera que las correlaciones más probables para series no relacionadas serían $+1$ ó -1 . Este último resultado es paradójico, pues es justamente lo que sucede cuando dos series están relacionadas, lo que por supuesto inicial no sería el caso. Esto creo un problema para el subsecuente estudio de series teóricamente relacionadas, pues no existía una manera clara de distinguir entre relaciones reales de relaciones espurias.

Posteriormente, Granger y Newbold (1974) replicaron el análisis de Yule encontrando además que los resultados entregaban un valor muy bajo del estadístico Durbin-Watson⁵. Actualmente no existe un valor específico que indique correlación espúria entre series, pero se habla de R^2 altos y del estadístico Durbin-Watson bajo.

La literatura sobre testeo de raíces unitarias en procesos univariados⁶ ha sido extensa. Anderson (1942), Anderson (1948),

⁴white noise, o ruido blanco, se le llama a una serie que requiere de una diferencia para ser estacionaria o integrada de orden cero [$I(0)$]. Más adelante se explica con detalle el significado de estos términos.

⁵Para este tema revisar Durbin y Watson (1950), (1951), (1971), o cualquier texto básico de econometría como Maddala (1977), Kennedy (1992), Theil (1971) o Wallace (1988).

⁶Para el testeo de raíces unitarias en procesos multivariados tales como vectores autoregresivos, refiérase a Fountis (1983), y, Fountis y Dickey (1989).

White (1958), Fuller (1976), Dickey y Fuller (1979), (1981), Hasza y Fuller (1979), Evans y Savin (1981a), (1984), Sargan y Bhargava (1983), Bhargava (1986), Phillips (1985a), (1986a), (1986b), (1988), (1991), Phillips y Durlauf (1985), Durlauf y Phillips (1988), Stock (1990), Said (1991), Lee y Siklos (1991), Christiano y Eichenbaum (1990), Shoesmith (1992), y, Balke y Fomby (1991), son algunos ejemplos. Los resultados principales de estos estudios fueron la elaboración de una serie de tests tales como, tests t para raíces unitarias en procesos univariados basados en valores críticos tabulados (Dickey-Fuller), tests basados en el estadístico Durbin-Watson (Sargan-Bhargava), tests en el caso en que la serie involucrada es I(1) (Phillips), y, además, un creciente desarrollo en el estudio de las distribuciones de los estimadores. A continuación seguiremos más de cerca la generalidad de estos resultados⁷.

Según Box y Jenkins (1970), si tenemos el siguiente proceso ARIMA:

$$(1-L)^d \Phi(L) x_t = \Theta(L) \epsilon_t \quad (2.1)$$

requeriríamos diferenciar x_t d veces para obtener un ARMA estacionario (i.e., un proceso integrado de orden d , o I[d]). Sin embargo la diferenciación de la serie estará sujeta a la existencia o no de una o más raíces unitarias entre los parámetros del proceso. De aquí es que es necesaria la existencia de tests específicos de raíces unitarias. Dickey (1976) y Fuller (1976), usando el método de Monte Carlo, analizaron la distribución asintótica tanto del estimador de mínimos cuadrados

⁷Granger y Newbold (1986) es una buena referencia para tópicos de series de tiempo.

para el parámetro autoregresivo, así como la del 't-estadístico' bajo la hipótesis nula de que el coeficiente autoregresivo es unitario. Ellos consideran como hipótesis nula al modelo:

$$H_0 : x_t = x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.2)$$

y como modelo alternativo a:

$$H_1 : x_t = \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.3)$$

donde la condición inicial x_0 es fija⁸ y $\epsilon_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$, $\rho \neq 1$.

En el caso de esta hipótesis nula, la distribución del coeficiente autoregresivo ρ , ya no es una t de Student, sino una Dickey y Fuller, por lo que sus tests deben considerar los valores críticos construidos por estos autores.

También surgió la necesidad de considerar la posibilidad de que la serie tuviera una representación con media y tendencia bajo la hipótesis alternativa. Así Dickey (1976) y Fuller (1976) postularon el siguiente modelo con media:

$$(x_t - \mu) = \rho(x_{t-1} - \mu) + \epsilon_t, \quad (2.4)$$

donde $\epsilon_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$, $\rho \neq 1$, o reordenando términos:

$$x_t = \alpha + \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.5)$$

donde $\alpha \equiv \mu(1-\rho)$, y la condición inicial x_0 está fija.

Además postularon el siguiente modelo que incluía tendencia

⁸Evans y Savin (1981b) ponen de manifiesto algunas de las limitaciones al asumir un $x_0 = 0$ (fijo).

determinística:

$$(x_t - a - bt) = \rho [x_{t-1} - a - b(t-1)] + \epsilon_t \quad (2.6)$$

donde $\epsilon_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$, $\rho \neq 1$, o reordenando términos:

$$x_t = \alpha + \beta t + \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.7)$$

donde $\alpha \equiv a(1-\rho) + b\rho$, $\beta \equiv b(1-\rho)$.

Luego bajo la hipótesis nula se tendría:

$$x_t = b + x_{t-1} + \epsilon_t \quad (2.8)$$

Este random walk con drift⁹ es una hipótesis muy utilizada en economía aplicada.

Según Dickey y Fuller (1979), las distribuciones de los dos test estadísticos son independientes del valor que tome b , y además estas distribuciones en el límite son invariantes a la condición inicial x_0 .

Dickey y Fuller (1981) considera el modelo:

$$x_t = \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.9)$$

con $\epsilon_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$, x_0 fijo, analizando varias combinaciones de medias y tendencias no nulas bajo la hipótesis alternativa. Por ejemplo, si $[\alpha, \rho] = [0, 1]$, entonces el modelo alternativo será:

$$x_t = \alpha + \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.10)$$

⁹Camino aleatorio con tendencia lineal o determinística.

mientras que si la hipótesis alternativa es $[\alpha, \beta, \rho] = [0, 0, 1]$, el modelo será:

$$x_t = \alpha + \beta t + \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (2.11)$$

Tal como señalamos anteriormente las distribuciones límites de los parámetros son independientes de x_0 , y, ahora, tampoco requieren innovaciones normales, sino solo que sean iid¹⁰.

Hasta aquí lo que se conoce como los tests de Dickey y Fuller (en adelante DF). Sin embargo el test DF suponía que el residuo era innovación, lo cual no necesariamente es así. Para testear innovación se requerían de otros tests, y una vez que la ecuación a estimar posea un proceso cuyo error tenga estas características, entonces es posible aplicar los tests de DF.

Supongamos que tenemos el siguiente proceso AR(k):

$$x_t + \sum_{j=1}^k \alpha_j x_{t-j} = \epsilon_t, \quad (2.12)$$

donde $\epsilon_t \sim IIND(0, \sigma^2)$, x_0 fijo, lo cual podemos escribir como (para $k \geq 2$):

$$x_t = \rho_1 x_{t-1} + \sum_{j=2}^k \rho_j (x_{t-j+1} - x_{t-j}) + \epsilon_t, \quad (2.13)$$

Los parámetros de la ecuación (2.13) serán testeados con el test de Dickey y Fuller ampliado (en adelante DFA), en contraste al test DF que se realiza a las ecuaciones (2.10) y (2.11).

La existencia de residuo innovación que se requiere en las

¹⁰Independiente e idénticamente distribuido.

ecuaciones estimadas para la aplicación de los tests DF y DFA, se analizan con al menos tres clases de tests¹¹. Primero, el test de Durbin-Watson (en adelante DW) analiza si los residuos son 'blancos', i.e. no correlacionados. El estadístico DW está definido por:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^N (\epsilon_t - \epsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N \epsilon_t^2}. \quad (2.14)$$

Este estadístico es aproximadamente igual a $2(1 - \hat{\rho}_1)$, donde $\hat{\rho}_1$ es el coeficiente de correlación muestral de primer orden. Si los residuos no están correlacionados, entonces $\hat{\rho}_1$ debiera ser cero, con lo cual DW sería aproximadamente 2.

Una segunda clase de tests se debe a Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978). El primero analiza las "correlaciones de k residuos junto con ver si estos son muy grandes para ser generados por un ruido blanco. El estadístico está definido por:

$$Q = N \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_j^2 \quad (2.15)$$

donde N es el número de la muestra, y $\hat{\rho}_j$ es la correlación

¹¹La inspección visual de los residuos en una gráfica de autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales en la etapa de identificación del proceso, si bien es una tarea beneficiosa, no necesariamente significa que los residuos obtenidos tienen las mismas propiedades que aquellos cuando el modelo está bien especificado. Un test basado en los residuos es apropiado sólo si el número de rezagos analizados (k) es suficientemente alto (Box y Pierce (1970)).

muestral de orden j . En la práctica, si los datos son trimestrales se utiliza un k de 20 ó 24, y si los datos son mensuales 24 ó 36 estará bien.

El segundo test de esta clase se conoce como el estadístico Ljung-Box, y está definido por:

$$Q' = N(N+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\rho}_j^2}{(N-j)}. \quad (2.16)$$

Tanto el test de Box-Pierce (Q) como el Ljung-Box (Q'), se distribuyen como una chi-cuadrado donde el grado de libertad es igual a k menos el número de parámetros (p) a estimar (i.e. $Q' \sim \chi^2_{(k-p)}$). Esta clase de tests son llamados 'portmanteau tests'. Como advertencia se puede señalar que en muestras pequeñas, junto con la sobre o sub-especificación del modelo, el poder de estos tests disminuye¹².

Por último la tercera clase de tests utiliza la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos para formar una serie de tests entre los cuales podemos mencionar los de Tiao y Box (1981)¹³, Akaike (1969) y (1974), Hannan y Quinn (1979)¹⁴, y Schwarz (1978). Estos serán analizados más adelante en la etapa de selección óptima de rezagos del VAR.

En este estudio, con el fin de diferenciar si el proceso debe o no tener un componente de tendencia determinística, se estimaron dos tipos de ecuaciones:

¹²Ver Davies y Newbold (1979).

¹³Este test está corregido por Sims (1980).

¹⁴Este test está basado en Akaike (1977), Rissanen (1978), y Schwarz (1978).

$$x_t = c + \rho_1 x_{t-1} + \sum_{j=2}^k \rho_j \Delta x_{t-j} + \epsilon_t \quad (2.17)$$

$$x_t = c + \beta t + \rho_1 x_{t-1} + \sum_{j=2}^k \rho_j \Delta x_{t-j} + \epsilon_t \quad (2.18)$$

Los resultados de los tests de Ljung-Box y DW se presentan en el cuadro N°1¹⁵.

CUADRO N°1

| TESTS Ljung-Box y Durbin-Watson | | | | | | |
|---------------------------------|------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| REZAGOS | | x_{t-1} | $+\Delta x_{t-1}$ | $+\Delta x_{t-2}$ | $+\Delta x_{t-3}$ | $+\Delta x_{t-4}$ |
| DSIGPA | sin tendencia | 213.75 0.378 | 190.50 0.354 | 108.16 1.073 | 22.46 2.062 | 22.10 1.991 |
| | con tendencia | 242.42 0.339 | 201.03 0.409 | 64.94 1.174 | 22.01 2.023 | 22.20 1.959 |
| DSTASA | sin tendencia | 27.206 1.864 | 22.235 1.921 | 22.057 1.963 | 23.414 1.920 | 19.645 2.013 |
| | con tendencia | 30.661 1.870 | 24.207 1.963 | 23.734 1.966 | 18.205 2.006 | 19.645 2.013 |
| DSDOLAR | sin tendencia | 400.88 0.610 | 45.571 1.512 | 18.257 2.009 | 18.868 1.987 | 17.281 1.994 |
| | con tendencia | 216.00 0.644 | 48.245 1.549 | 18.800 2.005 | 19.717 1.989 | 18.060 1.998 |

Al comparar los valores obtenidos en las estimaciones para

¹⁵En la parte inferior de cada celda se presenta el estadístico de Durbin-Watson.

el test de Ljung-Box¹⁶ y el DW, se concluye que los procesos de las series desestacionalizadas se trabajarán con tendencia¹⁷, y con un número de rezagos k de tres para la variable DSIGPA (y_1), uno para DSTASA (y_2), y, dos para DSDOLAR (y_3).

La ecuación a estimar en el caso de y_1 , según el análisis anterior, será entonces:

$$\Delta y_{1,t} = c + \beta t + (\rho_1 - 1)y_{1,t-1} + \sum_{j=2}^3 \rho_j \Delta y_{1,t-j+1} + \epsilon_{1,t} \quad (2.19)$$

De igual manera la ecuación a estimar para y_2 será:

$$\Delta y_{2,t} = c + \beta t + (\rho_1 - 1)y_{2,t-1} + \epsilon_{2,t} \quad (2.20)$$

mientras que en el caso de y_3 será:

$$\Delta y_{3,t} = c + \beta t + (\rho_1 - 1)y_{3,t-1} + \rho_2 \Delta y_{3,t-1} + \epsilon_{3,t} \quad (2.21)$$

De aquí podemos obtener los tests de DF y DFA para las tres variables. Los tests de Dickey y Fuller (1981) se presentan en el siguiente cuadro:

¹⁶El test de Ljung-Box sigue una chi-cuadrada (con 27 grados de libertad), y algunos de los valores críticos relevantes son: 46.96 (1%), 40.11 (5%), y, 36.74 (10%).

¹⁷La decisión de incluir la tendencia en las tres series se debe en parte al hecho de que el test t rechaza la hipótesis de coeficiente nulo para las variables DSIGPA y DSTASA. Sin embargo en el caso de DSDOLAR aún cuando no es posible rechazar esta hipótesis, la tendencia se incluyó debido a que, primero, esta serie tiene fuertes quiebres estructurales (ver más adelante el test de raíces unitarias con quiebres estructurales, y toda la discusión relacionada), y segundo la estimación del VAR favorece la inclusión de esta variable dentro del modelo.

CUADRO N°2

| TESTS DE RAICES UNITARIAS SIN MEDIA CAMBIANTE ¹⁸ | | | |
|---|----------|----------|----------|
| Variable | DSIGPA | DSTASA | DSDOLAR |
| ϕ_1 | 1.8944 | 10.761 | 3.1492 |
| ϕ_2 | 4.8076 | 8.5615 | 2.4052 |
| ϕ_3 | 5.1517 | 12.817 | 3.5207 |
| $\tau_{\alpha\mu}$ | 0.06936 | 2.96724 | 2.46496 |
| $\tau_{\alpha\tau}$ | 2.97885 | 0.45838 | 2.63715 |
| $\tau_{\beta\tau}$ | 3.20071 | 1.89039 | -0.96057 |
| $\tau_{\tau}^{\rho_1}$ | -3.00152 | -5.02264 | -2.63682 |
| $\tau_{\mu}^{\rho_1}$ | 0.23106 | -4.63382 | -2.47463 |

El estadístico ϕ_1 asume $\beta = 0$ y su hipótesis nula es $[c, \rho_1] = [0, 1]$, mientras que ϕ_2 y ϕ_3 testean las hipótesis $[c, \beta, \rho_1] = [0, 0, 1]$ y $[\beta, \rho_1] = [0, 1]$, respectivamente. Por otro lado, $\tau_{\alpha\mu}$ es el test t asociado a la constante sin tendencia, $\tau_{\alpha\tau}$ es el test t asociado a la constante en la ecuación con tendencia, $\tau_{\beta\tau}$ es el test t asociado a la tendencia, $\tau_{\tau}^{\rho_1}$ es el test t asociado a y_{t-1} en la ecuación con tendencia, mientras que $\tau_{\mu}^{\rho_1}$ es el test t asociado a y_{t-1} en la ecuación sin la variable de

¹⁸En el próximo análisis se estudiará el caso de testeo de raíces unitarias con quiebre estructural en la serie (Perron (1990)).

tendencia.

Los valores relevantes para testear raíces unitarias según el test DF y DFA se representan en el siguiente cuadro:

CUADRO N°3

| VALORES DE TABLA PARA TESTEAR RAICES UNITARIAS ¹⁹ | | | | |
|--|------|------|-------|------|
| ESTADISTICO | 90% | 95% | 97.5% | 99% |
| ϕ_1 | 3.86 | 4.71 | 5.57 | 6.70 |
| ϕ_2 | 4.16 | 4.88 | 5.59 | 6.50 |
| ϕ_3 | 5.47 | 6.49 | 7.44 | 8.73 |
| $\tau_{\alpha\mu}$ | 2.17 | 2.54 | 2.86 | 3.22 |
| $\tau_{\alpha\tau}$ | 2.73 | 3.11 | 3.42 | 3.78 |
| $\tau_{\beta\tau}$ | 2.38 | 2.79 | 3.14 | 3.53 |
| $\tau_{\tau}^{\rho_1}$ | 1.61 | 1.95 | n.d. | 2.60 |
| $\tau_{\mu}^{\rho_1}$ | 2.58 | 2.89 | n.d. | 3.51 |

El análisis de aceptación y rechazo para la variable DSIGPA indica que existiría evidencia de raíz unitaria. Dada la simultaneidad de los tests, Dickey y Fuller establecen que el poder de los tests para $[\alpha, \rho] = [0, 1]$ está rankeado tal que $\tau_{\mu}^{\rho_1} > \phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \tau_{\tau}^{\rho_1}$. Además los test $\tau_{\alpha\mu}$, $\tau_{\alpha\tau}$, $\tau_{\beta\tau}$ confirman raíz unitaria. Luego se concluye que la variable DSIGPA tiene una raíz unitaria, osea es integrada de orden uno, ó I(1). Esto indicaría

¹⁹Cuadro construido a partir de las tablas I-VI de Dickey y Fuller (1981), y tabla N°2 de Engle y Yoo (1987). Se utilizó un tamaño de muestra N de 100.

que la variable debiera ser trabajada en primeras diferencias en la estimación del VAR.

En el caso de DSTASA, el poder de los tests para $[\alpha, \rho] = [0, 0.8]$ indican que $\phi_1 > \tau_\mu^{\rho_1} > \phi_3 > \tau_\tau^{\rho_1} > \phi_2$ por lo que no se encuentra evidencia de que la serie presente una raíz unitaria. De aquí que la serie se trabajará en niveles y no en diferencias.

Por último, en el caso de la variable DSDOLAR, el poder del test para $[\alpha, \rho] = [0, 0.95]$ será $\phi_1 > \phi_3 > \tau_\mu^{\rho_1} > \tau_\tau^{\rho_1} = \phi_2$, luego existe evidencia para creer que la serie tiene raíz unitaria, con lo que se concluye que se trabajará con su primera diferencia.

Sin embargo, últimamente ha existido literatura que pone en duda los procedimientos clásicos de testear raíces unitarias en el caso en que la serie original presente cambios en su media²⁰. El objetivo sería remover el cambio repentino de la función generadora del ruido e introducirlo en la parte determinística de la serie, de manera de analizar esta función sin la contaminación de este evento particular.

Un fuerte shock externo, el cambio en la política monetaria y/o fiscal, u otro evento, llevó a estudiar a Box y Tiao (1975) estos "outliers events" siguiendo el "análisis de intervención"²¹.

El procedimiento consiste en primero determinar la fracción de quiebre de la muestra (λ). En esta etapa se escoge visualmente

²⁰Según Hendry y Neale (1989), los cambios de régimen pueden imitar raíces unitarias en series de tiempo autoregresivas, aún cuando tales shocks sean difíciles de detectar. Este resultado sugiere la aplicación de tests de constancia para las supuestas raíces unitarias.

²¹En el lenguaje de Box y Tiao (1975) un cambio en la política monetaria es la "intervención" que puede haber causado el cambio en la media de la serie.

el punto de quiebre²² (T_B) de la serie²³ y se divide por la muestra total, de manera de obtener aproximadamente λ . El segundo paso es incluir, en la estimación de la ecuación para el testeo de raíz unitaria, dos variables dummy:

$$DU_t = 0 \text{ si } t \leq T_B ; DU_t = 1 \text{ si } t > T_B , y,$$

$$D(T_B)_t = 1 \text{ si } t = T_B+1 , y D(T_B)_t = 0 \text{ de otra manera.}$$

Con esto la ecuación para testear raíz unitaria ($\forall j \geq 1$) según el test de DFA sería (en el caso del test de Perron sólo se utiliza el valor que acompaña a la variable rezagada un período):

$$\Delta y_{j,t} = c + \beta_1 DU_t + (\hat{\rho}_1 - 1) y_{j,t-1} + \beta_2 D(T_B)_t + \sum_{i=2}^k \hat{\rho}_i \Delta y_{j,t-i} + \epsilon_t \quad (2.22)$$

El último paso es testear la existencia de raíz unitaria sobre el parámetro estimado AR(1), i.e. $\hat{\rho}_1$. Para esto se debe utilizar la siguiente tabla²⁴:

CUADRO N°4

| VALORES DE TABLA PARA TEST SOBRE PARAMETRO AR(1) (INTERPOLACION PARA λ^*) | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|
| PORCENTAJE | 1% | 2.5% | 5% | 10% |
| $\lambda_{DSIGFA}^* = 0.25$ | -3.86 | -3.53 | -3.28 | -2.97 |
| $\lambda_{DSTASA}^* = 0.22$ | -3.81 | -3.52 | -3.27 | -2.96 |
| $\lambda_{DSDOLAR}^* = 0.33$ | -3.93 | -3.54 | -3.29 | -2.99 |

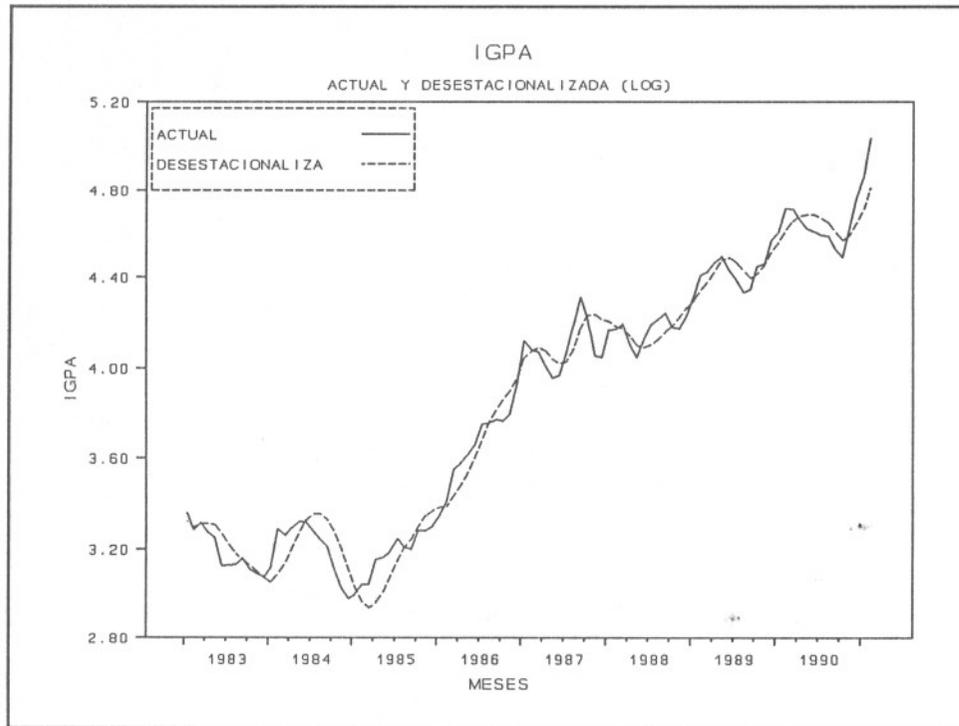
²²"Time to break".

²³Generalmente el método de inspección visual es suficiente para lograr este objetivo, sin embargo, métodos más formales pueden ser elaborados, como por ejemplo el análisis CUSUM o el estudio del coeficiente de autocorrelación recursivo (Perron (1990)).

²⁴Construida a partir de tabla N°3, Perron (1990).

No es fácil determinar los puntos de quiebre en el caso de nuestras variables²⁵, según se puede ver en las figuras N°1 a 3. Los valores escogidos de T_B fueron 1985:3, 1984:10, y 1985:10, para DSIGPA, DSTASA, y, DSDOLAR, respectivamente.

FIGURA N°1



²⁵El obtener visualmente el momento de quiebre es una etapa muy cuestionada, aunque los resultados parecen ser robustos al escoger puntos de quiebre que difieren levemente del real.

FIGURA N°2

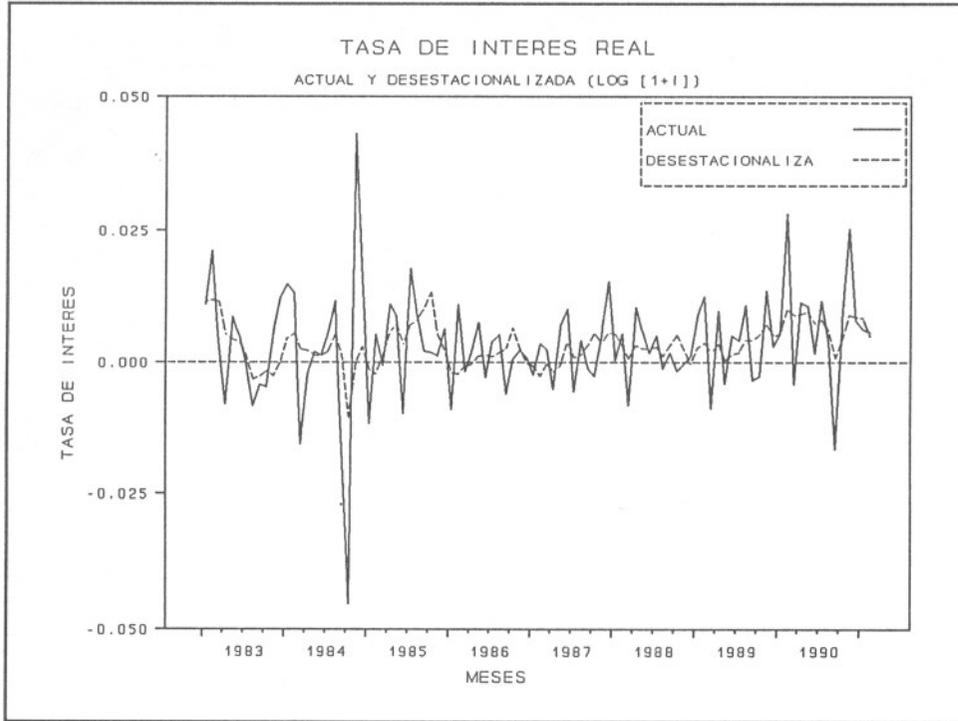
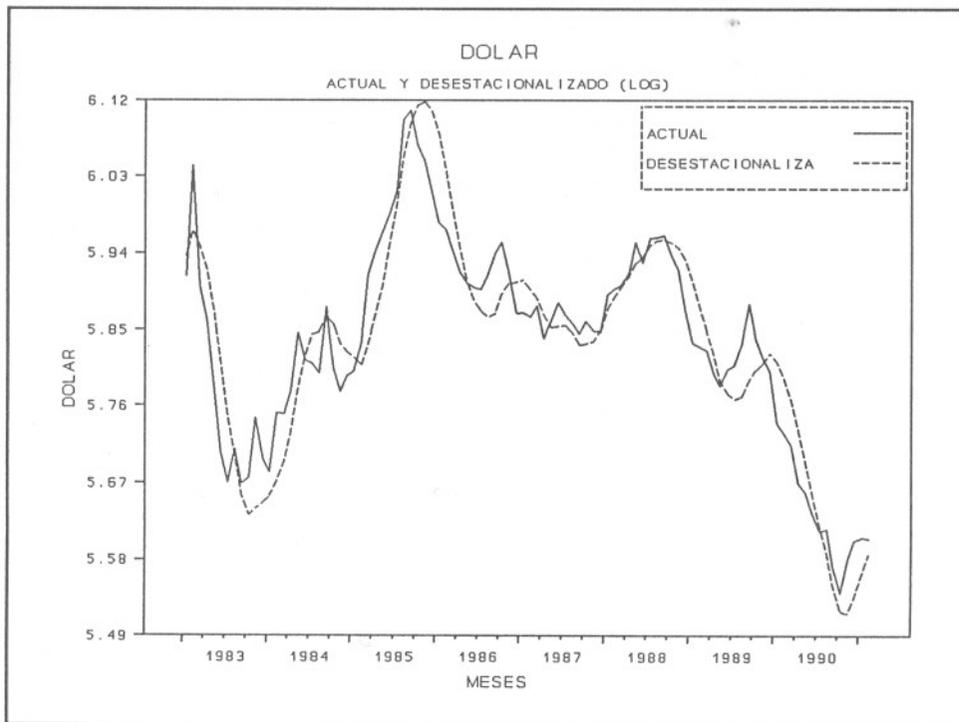


FIGURA N°3



De las estimaciones se obtuvo que los valores de los

estadísticos fueron:

CUADRO N°5

| ESTADÍSTICOS | DSIGPA | DSTASA | DSDOLAR |
|------------------------|----------|----------|----------|
| $\tau_{\tau}^{\rho_1}$ | -2.21245 | -5.23910 | -2.02341 |
| $\tau_{\mu}^{\rho_1}$ | -1.54828 | -5.21504 | -2.30580 |

Al contrastar los valores estimados con los valores de tabla se concluye que se acepta la hipótesis nula de que existe raíz unitaria en los casos de DSIGPA y DSDOLAR, mientras que se rechaza para la variable DSTASA.

Si ahora evaluamos el test de DFA incluyendo las variables dummies (ver cuadro N°6) llegamos a la conclusión de que todos los test realizados hasta el momento confirman, tanto la existencia de raíz unitaria en DSIGPA y DSDOLAR, como la inexistencia de esta, en el caso de la variable DSTASA.

CUADRO N°6

| TESTS DE RAICES UNITARIAS CON MEDIA CAMBIANTE | | | |
|---|----------|----------|----------|
| ESTADÍSTICO | DSIGPA | DSTASA | DSDOLAR |
| ϕ_1 | 1.7544 | 14.275 | 3.0235 |
| ϕ_2 | 2.2863 | 9.8468 | 2.0605 |
| ϕ_3 | 2.8876 | 14.389 | 2.7874 |
| $\tau_{\alpha\mu}$ | 1.22180 | 1.11505 | 2.33315 |
| $\tau_{\alpha\tau}$ | 2.12785 | 0.95326 | 2.02147 |
| $\tau_{\beta\tau}$ | 1.78567 | 0.98553 | -0.42872 |
| $\tau_{\tau}^{\rho_1}$ | -2.21245 | -5.23910 | -2.02341 |
| $\tau_{\mu}^{\rho_1}$ | -1.54828 | -5.21504 | -2.30580 |

3. CO-INTEGRACION, MULTICOINTEGRACION, Y CORRECCION DE ERRORES

A cualquier nivel del estudio de la teoría económica es posible encontrar relaciones de largo plazo²⁶ entre un conjunto de variables²⁷. Ejemplos como, las importaciones y exportaciones, ingresos y gastos fiscales, ventas y producción de una industria, precios de un bien en diferentes partes de un país, tasas de interés de activos de diferente maduración, precios de bienes sustitutos, consumo e ingreso, etc., son algunos casos a menudo mencionados. La idea que conlleva la co-integración captura parte de estas creencias.

Si consideramos un par de variables x_t, y_t , cada una de las cuales es $I(1)$ ²⁸, entonces cualquier combinación lineal de estas variables también será $I(1)$. Sin embargo, si existiese una constante ϕ tal que ϵ_t definido por:

$$\epsilon_t \equiv x_t + \phi y_t \quad (3.1)$$

sea $I(0)$, entonces se dirá que x_t, y_t están co-integradas, siendo ϕ el parámetro de co-integración.

En este esquema $x_t = \phi y_t$ puede ser considerada la relación de largo plazo, o condición de equilibrio, mencionada en la teoría económica. De esta manera ϵ_t mediría el grado de

²⁶En cada caso, la creencia de lo que es una definición correcta de largo plazo, se relaciona con una pregunta empírica.

²⁷Revisar Aoki (1988).

²⁸Si una serie requiere ser diferenciada d veces para ser $I(0)$ ($I(0)$ es una serie estacionaria, lo que implica que la media, la varianza, y las autocorrelaciones temporales, i.e. las 'propiedades lineales', existen y son invariantes en el tiempo, o de una manera más precisa, la función generadora de datos es invariante en el tiempo), entonces esta serie es integrada de orden d , ó $I(d)$.

desequilibrio del sistema, o 'error de equilibrio'.

Para evaluar si dos series están o no co-integradas²⁹, primero debemos determinar la existencia de raíz unitaria en las series. Para esto se aplican los tests de DF, DFA, y Perron, descritos en la sección anterior. Una vez que cada una de estas series sea I(1) se estima la ecuación de co-integración:

$$x_t = \phi y_t + \epsilon_t \quad (3.2)$$

y se evalúa si ϵ_t es o no raíz unitaria (I(1)). Para esto el primer test sugerido por Engle y Granger (1987) es un test de Durbin Watson (CRDW³⁰), donde la hipótesis nula es $DW = 0$ ³¹. Un segundo set de tests consiste en aplicar DF y DFA respectivamente a los estadísticos t sobre los ρ estimados de las siguientes regresiones³²:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \rho \hat{\epsilon}_{t-1} \quad (3.3)$$

²⁹Otro método para testear co-integración (en modelos VAR) es utilizar la razón de verosimilitud (Johansen (1991)). Davidson (1991) analiza algunas propiedades y condiciones suficientes y necesarias para que un modelo VAR presente co-integración. Stock (1987) estudia las propiedades asintóticas de los estimadores mínimos cuadrados para vectores co-integrados.

³⁰Ver Bhargava (1986).

³¹Lo que sucedería si es que es raíz unitaria.

³²De los siete tests estadísticos propuestos por Engle y Granger (1987), el test con mayor poder sería CRDW, seguido por DF y DFA (este último en sistemas mayores que primer orden).

desequilibrio del sistema, o 'error de equilibrio'.

Para evaluar si dos series están o no co-integradas²⁹, primero debemos determinar la existencia de raíz unitaria en las series. Para esto se aplican los tests de DF, DFA, y Perron, descritos en la sección anterior. Una vez que cada una de estas series sea I(1) se estima la ecuación de co-integración:

$$x_t = \phi y_t + \epsilon_t \quad (3.2)$$

y se evalúa si ϵ_t es o no raíz unitaria (I(1)). Para esto el primer test sugerido por Engle y Granger (1987) es un test de Durbin Watson (CRDW³⁰), donde la hipótesis nula es $DW = 0$ ³¹. Un segundo set de tests consiste en aplicar DF y DFA respectivamente a los estadísticos t sobre los ρ estimados de las siguientes regresiones³²:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \rho \hat{\epsilon}_{t-1} \quad (3.3)$$

²⁹Otro método para testear co-integración (en modelos VAR) es utilizar la razón de verosimilitud (Johansen (1991)). Davidson (1991) analiza algunas propiedades y condiciones suficientes y necesarias para que un modelo VAR presente co-integración. Stock (1987) estudia las propiedades asintóticas de los estimadores mínimos cuadrados para vectores co-integrados.

³⁰Ver Bhargava (1986).

³¹Lo que sucedería si es que es raíz unitaria.

³²De los siete tests estadísticos propuestos por Engle y Granger (1987), el test con mayor poder sería CRDW, seguido por DF y DFA (este último en sistemas mayores que primer orden).

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \rho \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta \hat{\epsilon}_{t-j} \quad (3.4)$$

En este estudio los respectivos tests de co-integración deben ser evaluados sobre las variables DSIGPA y DSDOLAR, puesto que la variable DSTASA no presento raíz unitaria. En ese caso se analizó la relación DSIGPA-DSDOLAR y DSDOLAR-DSIGPA. El cuadro con los resultados de los tests se presenta a continuación.

CUADRO N°7

| TESTS DE CO-INTEGRACION | | | | |
|-------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| TESTS APLICADOS ³³ | SIN DUMMIES | | CON DUMMIES | |
| | DSIGPA ³⁴ | DSDOLAR | DSIGPA | DSDOLAR |
| CRDW | 0.017 | 0.061 | 0.215 | 0.212 |
| DFA | 1.49 | 3.35 ⁽¹⁾ | 3.21 ⁽¹⁾ | 2.49 |
| DF | 6.10 ⁽²⁾ | 48.17 ⁽²⁾ | 10.65 ⁽²⁾ | 59.44 ⁽²⁾ |

(1) Rechazo al 5%; (2) Rechazo al 1% .

De esta manera se obtiene evidencia para concluir que existiría una relación de co-integración entre las series I(1), DSIGPA, y, DSDOLAR.

De acuerdo a este resultado, según Engle y Granger (1987), si dos series x_t, y_t son I(1), y están co-integradas, entonces el

³³Estos valores se comparan a los de la tabla II, página 269, de Engle y Granger (1987).

³⁴Esta fila denota a la variable dependiente.

mecanismo generador de datos para el sistema será descrito por³⁵ el siguiente MCE:

$$\Delta x_t = -\rho_1 \epsilon_{1,t-1} + \sum_{j=1}^k \alpha_{1,j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \alpha_{2,j} \Delta y_{t-j} + \eta_{1,t} \quad (3.5)$$

$$\Delta y_t = -\rho_2 \epsilon_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_{1,j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{2,j} \Delta y_{t-j} + \eta_{2,t} \quad (3.6)$$

definiendo $\epsilon_{1,t-1} = x_t - \phi_1 y_t$, $\epsilon_{2,t-1} = y_t - \phi_2 x_t$, y donde además η 's son ruidos blancos conjuntos.

Así, frente a la evidencia de co-integración entre variables, este modelo evitará que el sistema VAR esté mal especificado (si se trabaja en primeras diferencias), o que omita restricciones de importacia (si se trabaja en niveles).

Dos de las implicancias más importantes³⁶ del fenómeno de la co-integración son (Granger (1986)), primero que si dos variables x_t, y_t son $I(1)$ y están co-integradas, entonces debe existir causalidad a la Granger en al menos una dirección³⁶, de manera que una variable puede ayudar a predecir la otra, y segundo, que si x_t, y_t son un par de precios de activos de un mercado eficiente

³⁵Cabe destacar que lo inverso también es verdad: los datos generados por un modelo de corrección de errores (MCE) deben estar co-integrados.

³⁶Revisar más adelante los resultados encontrados al aplicar el tests de causalidad de Geweke, Meese y Dent (1983).

y especulativo, entonces no pueden estar co-integrados³⁷.

Actualmente existe una definición aún más amplia y profunda de co-integración. Granger y Lee (1989, 1990) han desarrollado el concepto de 'multicointegración'. Según la definición, si dos variables x_t, y_t son $I(1)$, no tienen tendencia, y están co-

integradas, tal que $\epsilon_t = x_t - \phi y_t$ es $I(0)$, entonces $S_t = \sum_{j=0}^t \epsilon_{t-j}$

será $I(1)$ ³⁸, y, x_t, y_t estarán multicointegradas si S_t y x_t están co-integradas.

El proceso de testeo de co-integración se reduce a cinco etapas:

1. testear que x_t, y_t son $I(1)$,
2. estimar la regresión $x_t = \alpha + \beta y_t + \epsilon_t$,
3. testear si los residuos ϵ_t son $I(0)$,
4. estimar la regresión $x_t = \gamma + \delta S_t + \xi_t$ donde $S_t = \sum_{j=0}^t \epsilon_j$,
5. testear si ξ_t es $I(0)$.

El desarrollo de los pasos uno a tres fue descrito en el proceso de testeo de co-integración. El testeo de multicointegración comienza en la etapa cuatro. Para este propósito se procedió a analizar la existencia de

³⁷Si dos precios están co-integrados, uno puede ser utilizado para la proyección del otro, con lo cual estaríamos contradiciendo el supuesto de mercados eficientes. Tests que analizan esta idea pueden encontrarse en Granger y Escribano (1986).

³⁸Si Q_t es una serie estacionaria con varianza finita, entonces su suma acumulada (S_t) será una variable integrada de orden uno o $I(1)$, donde $S_t = \sum_{j=0}^t Q_{t-j}$.

multicointegración entre las variables DSIGPA y DSDOLAR. Primero (al igual que con el caso de co-integración) se utilizó como variable dependiente a DSIGPA de donde se obtuvieron los residuos ϵ_{1t} , y ξ_{1t} , correspondiente a las etapas dos y cuatro respectivamente. De igual forma se obtuvieron para la variable DSDOLAR los residuos ϵ_{2t} y ξ_{2t} . El cuadro de resultados se presenta a continuación.

CUADRO N° 8

| TEST DE MULTICOINTEGRACION ³⁹ | | |
|--|----------|---------|
| TESTS APLICADOS ⁴⁰ | DSIGPA | DSDOLAR |
| CRDW | 0.0064 | 0.0431 |
| DFA | 245.9676 | 89.7144 |
| DF | 118.8723 | 45.3167 |

De los resultados obtenidos es evidente la contradicción existente entre los tests. Mientras el test CRDW no rechaza la hipótesis nula de no multicointegración, los test DF y DFA si la rechazan. Si se considera estrictamente el ranking de tests $CRDW > DF > DFA$, entonces debieramos aceptar la hipótesis nula, y olvidarnos de la multicointegración. Sin embargo, dada la ambigüedad en los resultados de los tests, se estimará, adicionalmente a los modelos VAR y VAREC, el modelo VARECMU⁴¹. Este sistema de corrección de errores que incluye los errores de

³⁹En este caso, a diferencia del test de co-integración, no se incluyeron las dummies.

⁴⁰La tabla que se utiliza es la misma que para el caso de la co-integración.

⁴¹Vector autoregresivo con corrección de errores de multicointegración.

las ecuaciones de co-integración y de multicointegración, estará descrito por el siguiente modelo:

$$\Delta x_t = \rho_1 \epsilon_{1,t-1} + \delta_1 \xi_{1,t-1} + \sum_{j=1}^k \alpha_{1,j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \alpha_{2,j} \Delta y_{t-j} + \eta_{1,t} \quad (3.7)$$

$$\Delta y_t = \rho_2 \epsilon_{2,t-1} + \delta_2 \xi_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_{1,j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{2,j} \Delta y_{t-j} + \eta_{2,t} \quad (3.8)$$

donde los η 's son ruidos blancos.

En el momento de la estimación, a este par de ecuaciones se le agregará una tercera ecuación correspondiente a la variable DSTASA, la cual no incorporará ningún error como los obtenidos de las ecuaciones de co-integración y multicointegración.

4. ESTIMACION DEL SISTEMA: NUMERO DE REZAGOS OPTIMO

El punto central de este tópico consiste en determinar el número de rezagos óptimos que debe considerar el sistema dinámico.

El test tradicional para este fin es el de Tiao y Box (1981), corregido previamente por Sims (1980), y consiste simplemente en la aplicación de un test $\chi^2_{(q)}$ donde q indica la diferencia del número de parámetros a estimar entre ambas ecuaciones. El test de Tiao-Box-Sims (TBS) se representa por:

$$\tilde{\Lambda}_{(k)} \equiv (T - C) [\ln|\hat{\Sigma}_{k-1}| - \ln|\hat{\Sigma}_k|] \quad (4.1)$$

donde T es el número de observaciones, C corresponde al número total de parámetros a estimar en una ecuación en el modelo no

restringido, k el número de rezagos en las ecuaciones, y $\ln|\hat{\Sigma}_k|$ representa el logaritmo natural del determinante de la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos de la ecuación con k variables a estimar. En la práctica el test TBS se realiza comparando uno con dos rezagos, dos con tres rezagos, tres con cuatro, y así hasta un número de doce o veinticuatro rezagos dependiendo de la información disponible. Además se testea entre bloques de rezagos, i.e., cuatro con ocho, ocho con doce, cuatro con doce (en el caso de datos trimestrales), y tres con seis, seis con doce, doce con veinticuatro (para el caso de datos mensuales). En general se testea entre todas las combinaciones posibles. En diversos estudios los resultados en la elección del número de rezagos óptimo a menudo son cuatro, seis, u ocho. Pareciera que más que un resultado estadístico riguroso, esta elección fuera el resultado de "cierto consenso" implícito existente entre los artículos líderes en estimaciones de sistemas VAR. En este estudio el análisis del VAR nos llevó a la conclusión más bien ambigua de que el número de rezagos óptimo podrían ser (ver cuadro N°9) dos, cuatro, seis, ocho, nueve o doce.

Frente a esto se consideró necesario recurrir a otra clase de tests que entregaran resultados más uniformes. Con este fin se utilizó el criterio de Akaike (1974), el criterio de Hannan y Quinn (1979), y el criterio de información bayesiana de Schwarz (1978). Según Lütkepohl (1985), comparando una variedad de criterios para escoger el orden de un proceso VAR, llega a la conclusión de que el criterio de Schwarz es el que escoge más a menudo el orden correcto. Específicamente, para nuestro sistema de tres ecuaciones, este autor identifica los criterios de Hannan y Quinn, y el criterio bayesiano de Schwarz como los óptimos.

El criterio de Akaike (AIC) consiste en minimizar la siguiente función:

$$AIC_{(k)} \equiv \ln|\hat{\Sigma}_k| + 2 \cdot \frac{k \cdot d^2}{T} \quad (4.2)$$

donde d indica el número de ecuaciones del sistema VAR (en nuestro caso $d=3$), y los otros parámetros continúan con su definición anterior.

El criterio de Hannan y Quinn (HQ) consiste en minimizar la siguiente función, muy similar a la anterior:

$$HQ_{(k)} \equiv \ln|\hat{\Sigma}_k| + (2 \cdot \ln \ln T) \frac{k \cdot d^2}{T} \quad (4.3)$$

mientras que el criterio de información bayesiana de Schwarz (BIC) es representado por la siguiente función:

$$BIC_{(k)} \equiv \ln|\hat{\Sigma}_k| + \ln T \cdot \frac{k \cdot d^2}{T} \quad (4.4)$$

Los tres criterios consideran el hecho de que elegir el orden del VAR solamente maximizando la función de máximo verosimilitud (MV), nos llevaría invariablemente a escoger la dimensión más alta posible del modelo (ver cuadro N°9), de manera que las tres funciones construidas castigan su valor dependiendo del número de observaciones, del número de ecuaciones, y del número de rezagos utilizados. En el siguiente cuadro se presentan los resultados de los distintos tests aplicados para diferentes números de rezagos.

CUADRO N°9

| TESTS DE SELECCION DEL NUMERO DE REZAGOS OPTIMO DEL VAR ⁴² | | | | | |
|---|-----------------------|--------------------------------------|----------|----------|----------|
| REZAGOS | $\ln \hat{\Sigma}_k $ | CRITERIOS ALTERNATIVOS ⁴³ | | | |
| | | AIC | HQ | BIC | TBS |
| 1 | -28.0661 | -27.8518 | -27.7471 | -27.5914 | - |
| 2 | -28.5142 | -28.0856 | -27.8762 | -27.5647 | 31.36222 |
| 3 | -28.6211 | -27.9782 | -27.6641 | -27.1969 | 7.16229 |
| 4 | -28.8609 | -28.0037 | -27.5850 | -26.9620 | 15.34903 |
| 5 | -28.9235 | -27.8520 | -27.3286 | -26.5498 | 3.81765 |
| 6 | -29.0876 | -27.8019 | -27.1737 | -26.2392 | 9.51756 |
| 7 | -29.2062 | -27.7062 | -26.9733 | -25.8830 | 6.52272 |
| 8 | -29.3522 | -27.6379 | -26.8004 | -25.5544 | 7.59592 |
| 9 | -29.5953 | -27.6667 | -26.7245 | -25.3227 | 11.91127 |
| 10 | -29.7408 | -27.5979 | -26.5510 | -24.9935 | 6.69188 |
| 11 | -29.9897 | -27.6326 | -26.4809 | -24.7677 | 10.70252 |
| 12 | -30.3257 | -27.7543 | -26.4979 | -24.6290 | 13.44183 |

Según los distintos criterios de AIC, HQ, y BIC, parece óptimo escoger dos rezagos en la estimación del sistema VAR (a pesar de que el criterio BIC señala como óptimo un rezago), resultado que es independiente de la existencia o no de una tendencia en la estimación. De hecho, se realizó un test de TBS que aceptó la inclusión de la tendencia en el VAR.

⁴²Se estimó el sistema con y sin tendencia, y los resultados en la elección del número de rezagos fueron los mismos. Los valores de este cuadro corresponden al sistema que incluyó la tendencia.

⁴³Cálculos en base a $d=3$ y $T=84$.

Una vez determinado el número de rezagos del VAR se procede a la etapa de ordenación. Para esto se evaluó el test de Geweke, Meese y Dent⁴⁴ (1983) el cual es un perfeccionamiento de los tests de causalidad de Sims (1972) y el de Granger (1969).

En el test de GMD se analiza la causalidad entre pares de variables elaborando un test F sobre el siguiente proceso:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j y_{t-j} + \epsilon_{1t} \quad (4.5)$$

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j y_{t-j} + \epsilon_{2t} \quad (4.6)$$

donde $[\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}]$ son ruidos blancos.

El tests se realizó para doce y seis rezagos, no encontrándose diferencia en término de significancia de los tests, luego para incrementar grados de libertad se utilizaron seis rezagos. Se testearon los seis posibles pares de causalidades y el cuadro con los resultados se presenta a continuación.

⁴⁴En adelante GMD.

CUADRO N°10

| TEST DE CAUSALIDAD DE GMD | |
|--|----------------|
| CAUSALIDAD ⁴⁵ | $\chi^2_{(6)}$ |
| DSTASA \Rightarrow D2DOLAR | 14.90 |
| DSTASA \Rightarrow D2IGPA | 2.66 |
| D2DOLAR \Rightarrow DSTASA | 19.13 |
| D2DOLAR \Rightarrow D2IGPA | 18.67 |
| D2IGPA \Rightarrow DSTASA | 3.30 |
| D2IGPA \Rightarrow D2DOLAR | 24.78 |
| NOTA: $\chi^2_{(6)} = 16.81$ (1%) , 18.55 (0.5%) | |

De los resultados obtenidos en el cuadro N°10 se puede concluir que el VAR se estimará con descomposición D2IGPA-D2DOLAR-DSTASA. Este resultado se aplicará tanto a las simulaciones del VAR como a las del VAREC, VARECMU, y BVAR.

5. SIMULACION DEL SISTEMA CO-INTEGRADO, MULTICOINTEGRADO Y BVAR

Como punto de partida analizaremos en el sistema VAR simple la impulso-respuesta de las tres variables a un shock ortogonalizado⁴⁶ a la tasa de interés, para después realizar análisis de impulso-respuesta del sistema co-integrado (Lütkepohl y Reimers (1992)), multicointegrado y BVAR.

⁴⁵D2IGPA y D2DOLAR, indican la primera diferencia de las variables DSIGPA y DSDOLAR, respectivamente.

⁴⁶Esta clase de shocks tiene la ventaja de que no está correlacionado ni a través del tiempo, ni con las innovaciones de las otras ecuaciones. De esta forma es muy simple computar las varianzas de combinaciones lineales entre ellas. Además considera el hecho de que los shocks a una variable no pueden examinarse aisladamente, sobretodo cuando históricamente han ocurrido en conjunto con otras variables. El método de ortogonalización utilizado está basado en la factorización de Choleski.

Recordemos que inicialmente el VAR a estimar está compuesto por el siguiente sistema de ecuaciones:

(5.1)

$$\Delta y_{1,t} = \psi_1 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{1,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{1,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{1,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{1t}$$

(5.2)

$$\Delta y_{2,t} = \psi_2 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{2,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{2,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{2,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{2t}$$

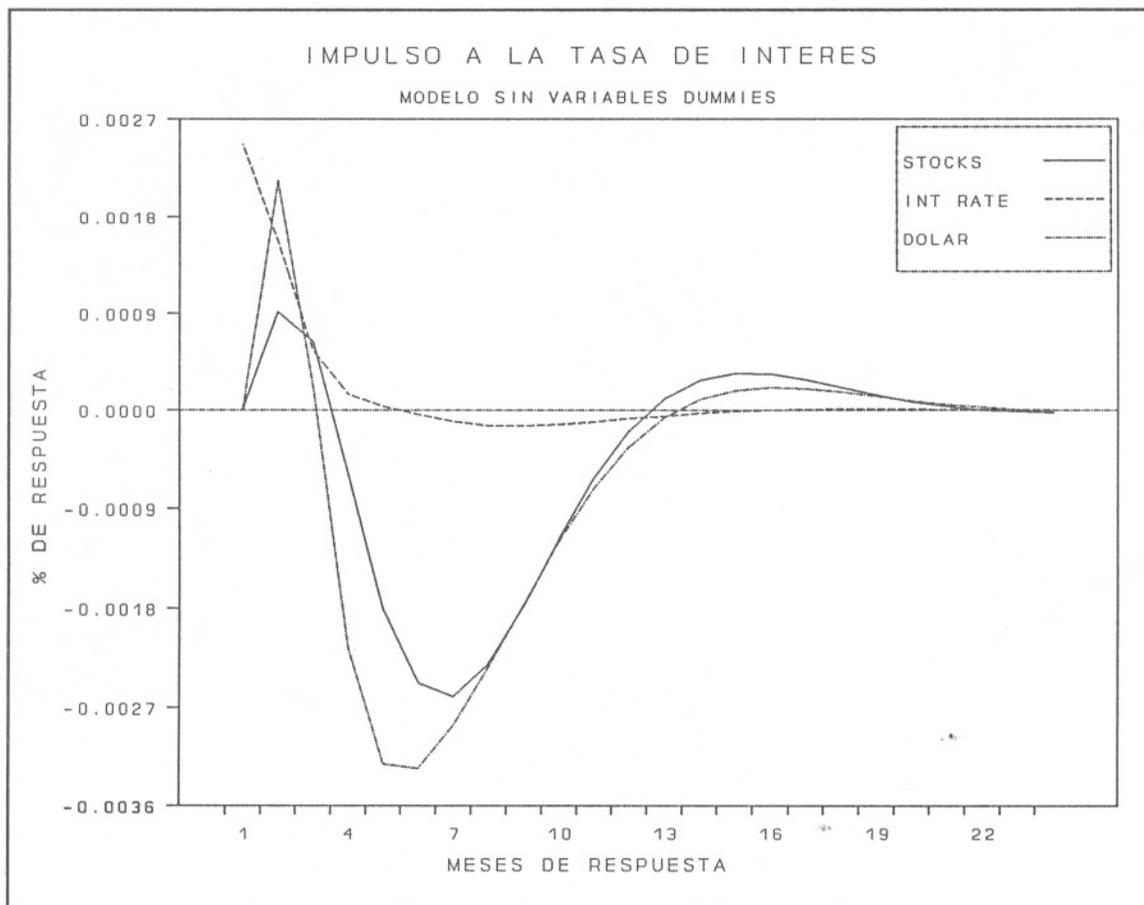
(5.3)

$$\Delta y_{3,t} = \psi_3 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{3,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{3,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{3,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{3t}$$

donde $[\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \zeta_{3t}]$ son ruidos blancos, y las variables $y_{1,t}, y_{2,t}, y_{3,t}$, representan, la primera diferencia de la variable DSIGPA, la variable DSTASA, y la primera diferencia de la variable DSDOLAR, respectivamente.

En la figura N°4 se presenta la respuesta de las variables D2IGPA (STOCKS), DSTASA (INT. RATE.), y D2DOLAR (DOLAR), frente a un impulso en la tasa de interés:

FIGURA N°4



El shock transitorio a la tasa de interés impulsa al alza al IGPA y al dólar durante el primer mes, debido a un fenómeno posiblemente de expectativas o de efecto riqueza de corto plazo en las carteras de los inversores. Sin embargo en el mediano plazo es posible percibir el efecto depresivo tipo "undershooting" que produce el shock en los activos alternativos. Se produce a continuación una caída sostenida en el precio de las acciones y en el valor del dólar durante seis meses

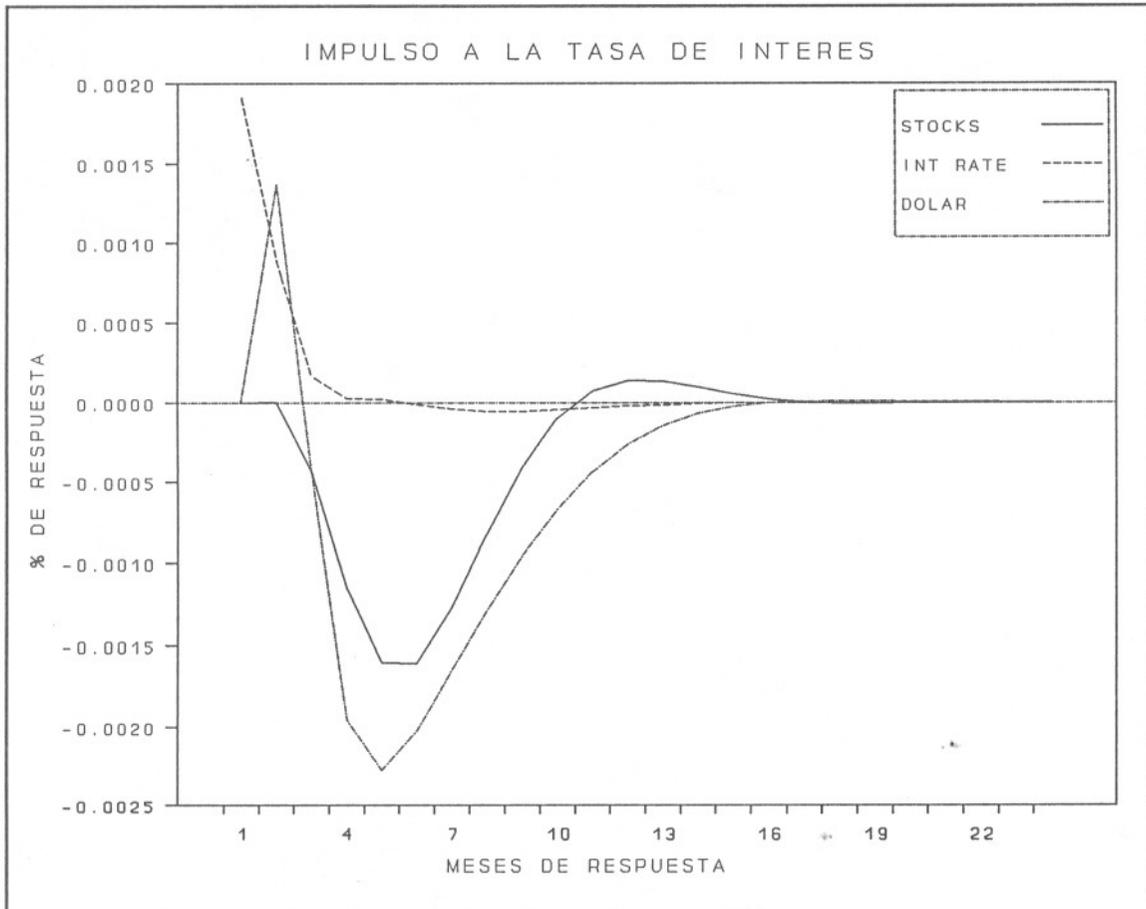
aproximadamente, momento en el cual comienza la recuperación⁴⁷ que toma de diez a quince meses. Ya para este tiempo el efecto del shock se ha diluído y la economía vuelve a su estado estacionario o steady-state.

Debido a la naturaleza de raíz unitaria de las variables IGPA y DOLAR, el efecto del shock de la tasa de interés sobre el nivel de estas variables es negativo, con lo cual el estado estacionario se alcanza a un nivel inferior al que tenían inicialmente. No sucede lo mismo con la tasa de interés. Esta retoma su nivel inicial a los pocos meses (5 ó 6) de sucedido el shock.

La inclusión de las variables dummies no cambia de manera importante la sequencia de respuesta sino solamente su amplitud, tal como se puede apreciar en la figura N°5.

⁴⁷Recuperación en el sentido de que el valor del activo cae a menor tasa, o se incrementa levemente.

FIGURA N°5



En este caso el efecto total del shock a la tasa de interés se diluye completamente al cabo de 16 meses. Tanto el IGPA como el valor del dólar presentan un efecto depresivo, aunque de menor duración y de menor magnitud que el caso anterior. El tiempo que toman estas variables para alcanzar su estacionariedad es también menor (6 a 8 meses).

La tasa de interés, al igual que en el caso anterior, recupera su nivel inicial a los pocos meses (4 ó 5). Esto es debido a su característica de no poseer raíz unitaria.

La diferencia en las respuestas de las variables al shock en la tasa de interés cuando se incluyen las variables dummies, es

en cierta forma predecible. Las dummies incluídas⁴⁸ les restan peso a las variables existentes anteriormente en la regresión, con lo cual cualquier simulación reflejará la suavización en las respuestas de estas variables frente a un shock.

La siguiente etapa consiste en la simulación del modelo, incorporando los desequilibrios de los períodos anteriores (VAREC). A este modelo le llamamos VAREC, pues incorporaba la corrección de errores propia del desequilibrio del período anterior. Las respuestas de las variables al shock transitorio a la tasa de interés se representan en la figura N°6, y el modelo a estimar se representa por el siguiente sistema:

(5.4)

$$\Delta y_{1,t} = \rho_1 \epsilon_{1,t-1} + \psi_1 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{1,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{1,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{1,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{1t}$$

(5.5)

$$\Delta y_{2,t} = \psi_2 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{2,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{2,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{2,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{2t}$$

(5.6)

$$\Delta y_{3,t} = \rho_2 \epsilon_{2,t-1} + \psi_3 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{3,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{3,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{3,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{3t}$$

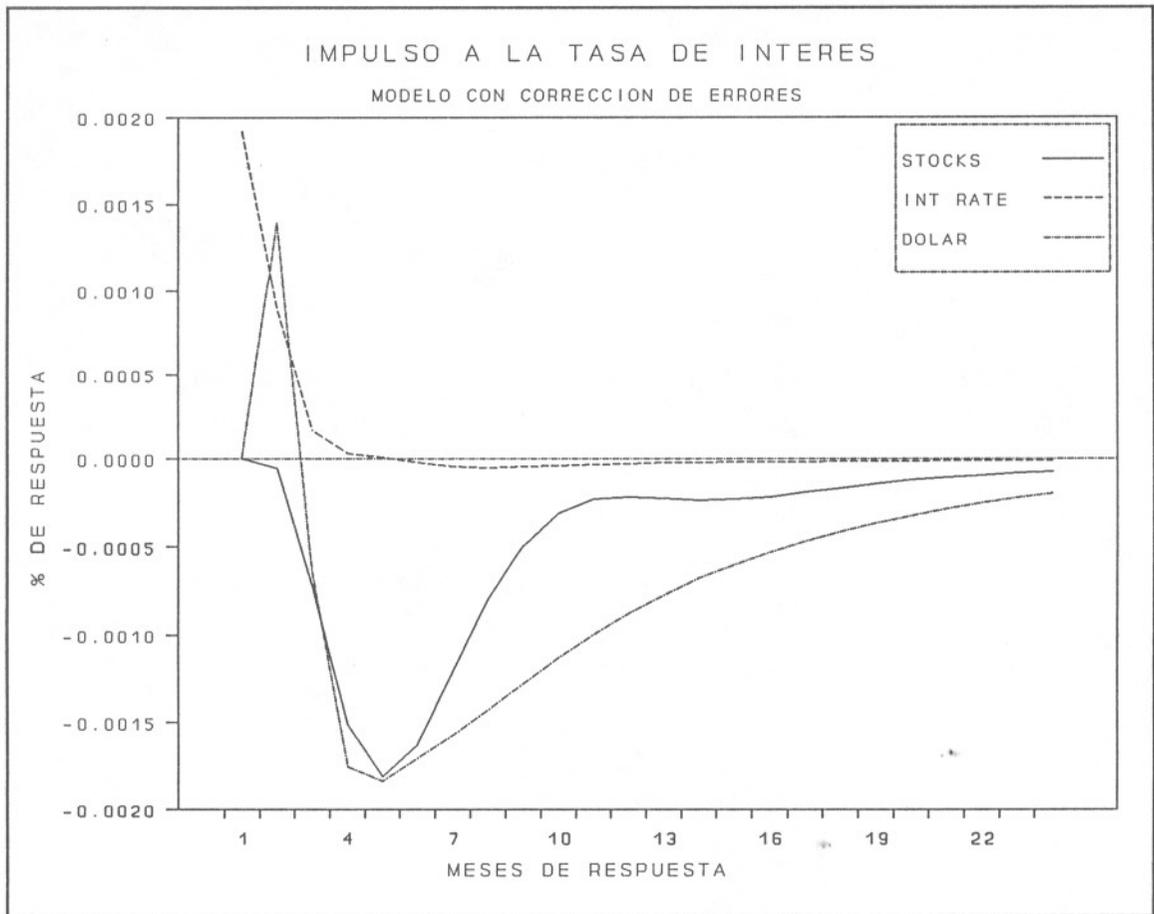
donde $[\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \zeta_{3t}]$ son ruidos blancos, las variables $y_{1,t}, y_{2,t}, y_{3,t}$ representan a D2IGPA, DSTASA, y D2DOLAR, respectivamente, y $[\epsilon_{1,t-1}, \epsilon_{2,t-1}]$ representa el vector de errores proveniente de las ecuaciones de co-integración.

⁴⁸Siempre que sean estadísticamente válidas.

En este caso la depresión que se produce en el precio de las acciones es instantáneo, y comienza desde el mismo momento que se aplica el shock a la tasa de interés. Por el contrario, el valor del dólar se aprecia durante un mes para después deprimirse fuertemente en los siguientes tres a cuatro meses. El parámetro de desequilibrio es significativamente⁴⁹ distinto de cero, lo cual quiere decir que este mercado no se clarea en el muy corto plazo. Esta sería la razón que explica la recuperación lenta del valor de la divisa para alcanzar su nuevo estado estacionario (más de 18 meses). Lo contrario es percibido en la variable IGPA. Después del período de depresión progresiva, comienza un período en que el precio de las acciones cae a una tasa decreciente durante cinco meses seguidos, momento desde el cual su caída es estacionaria. El estado estacionario es alcanzado después de los dos años de producido el shock, lo cual estaría señalando claramente la importancia de considerar los efectos distorcionadores que tienen las políticas de estabilización del nivel de precios agregado (o de demanda agregada) sobre algunas variables claves del mercado financiero.

⁴⁹Ver cuadros N°11.1 a 11.3 con los resultados de las estimaciones.

FIGURA N°6



Al considerar el modelo corregido por errores procedientes de las ecuaciones de co-integración y de multicointegración (VARECMU), los resultados se modifican levemente. El modelo a estimar se representa por el siguiente sistema:

(5.7)

$$\Delta y_{1,t} = \rho_1 \epsilon_{1,t-1} + \delta_1 \xi_{1,t-1} + \psi_1 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{1,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{1,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{1,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{1t}$$

(5.8)

$$\Delta y_{2,t} = \psi_2 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{2,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{2,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{2,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{2t}$$

(5.9)

$$\Delta y_{3,t} = \rho_2 \epsilon_{2,t-1} + \delta_2 \xi_{2,t-1} + \psi_3 t + \sum_{j=1}^2 \alpha_{3,j} \Delta y_{1,t} + \sum_{j=1}^2 \beta_{3,j} \Delta y_{2,t} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{3,j} \Delta y_{3,t} + \zeta_{3t}$$

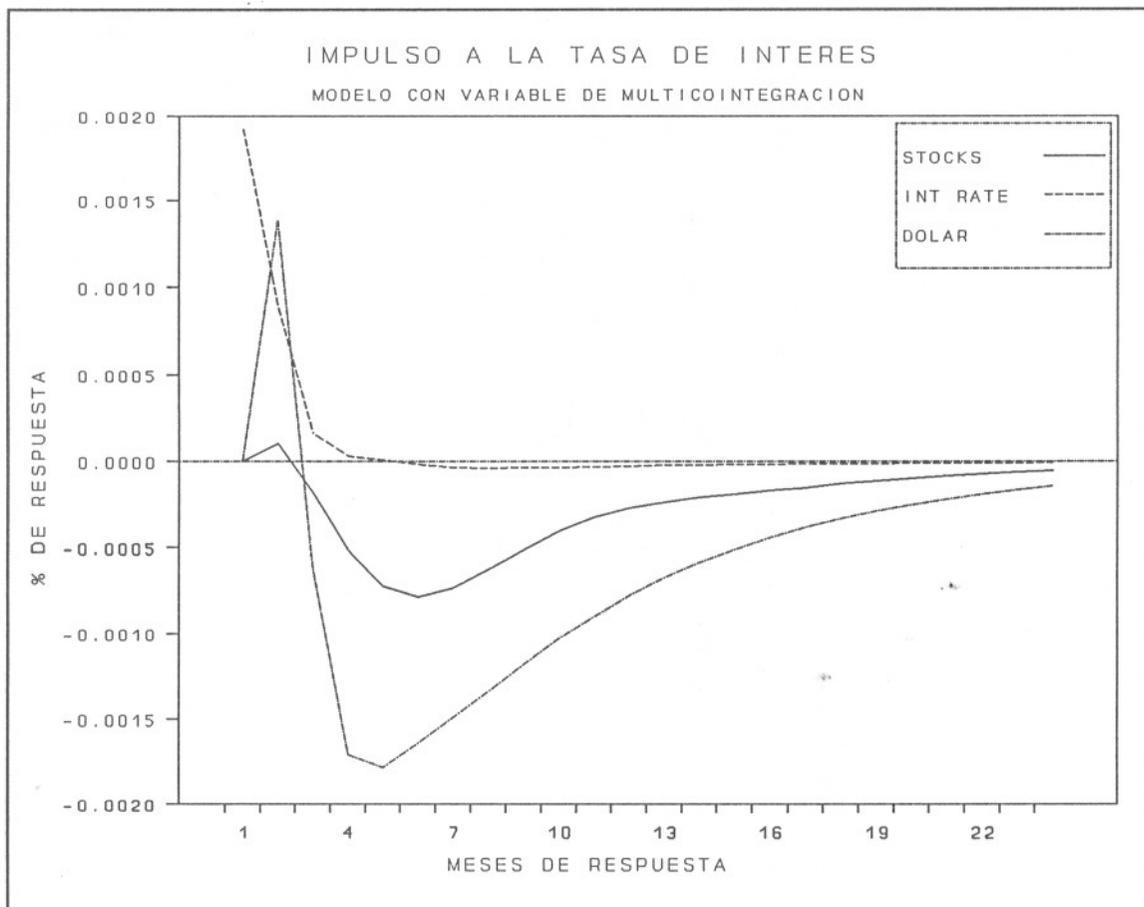
donde nuevamente $[\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \zeta_{3t}]$ son ruidos blancos, las variables $Y_{1,t}, Y_{2,t}, Y_{3,t}$ representan a D2IGPA, DSTASA, y D2DOLAR, respectivamente, $[\epsilon_{1,t-1}, \epsilon_{2,t-1}]$ representa el vector de errores proveniente de la ecuación de co-integración, y $[\xi_{1,t-1}, \xi_{2,t-1}]$ corresponde al vector de errores que se obtuvo de las ecuaciones de multicointegración.

En este caso la secuencia seguida por el valor del dólar es similar al caso del VAREC, según se puede ver en la figura N°7. Primero tiene una expansión súbita, luego decae a tasa creciente, al cabo de cuatro o cinco meses comienza a decaer a tasa decreciente y finalmente alcanza su nuevo estado estacionario después de dos años de sucedido el shock.

La diferencia está en la secuencia que sigue el precio de las acciones. La etapa depresiva, aunque larga, no es de una magnitud comparable a los casos analizados anteriormente. Al cabo de los seis meses se revierte la tasa a la cual caen estos precios, con lo cual comienza su proceso de estabilización. Sin

embargo el resultado final es siempre el mismo: el precio de las acciones y del dólar se deprimen para alcanzar un nuevo estado estacionario a un nivel inferior al anterior.

FIGURA N°7



Por último, y a manera de exploración, se estimó un sistema bayesiano (BVAR) para el VAR representado por las ecuaciones (5.1), (5.2), y (5.3)⁵⁰. Para esto se utilizaron priors

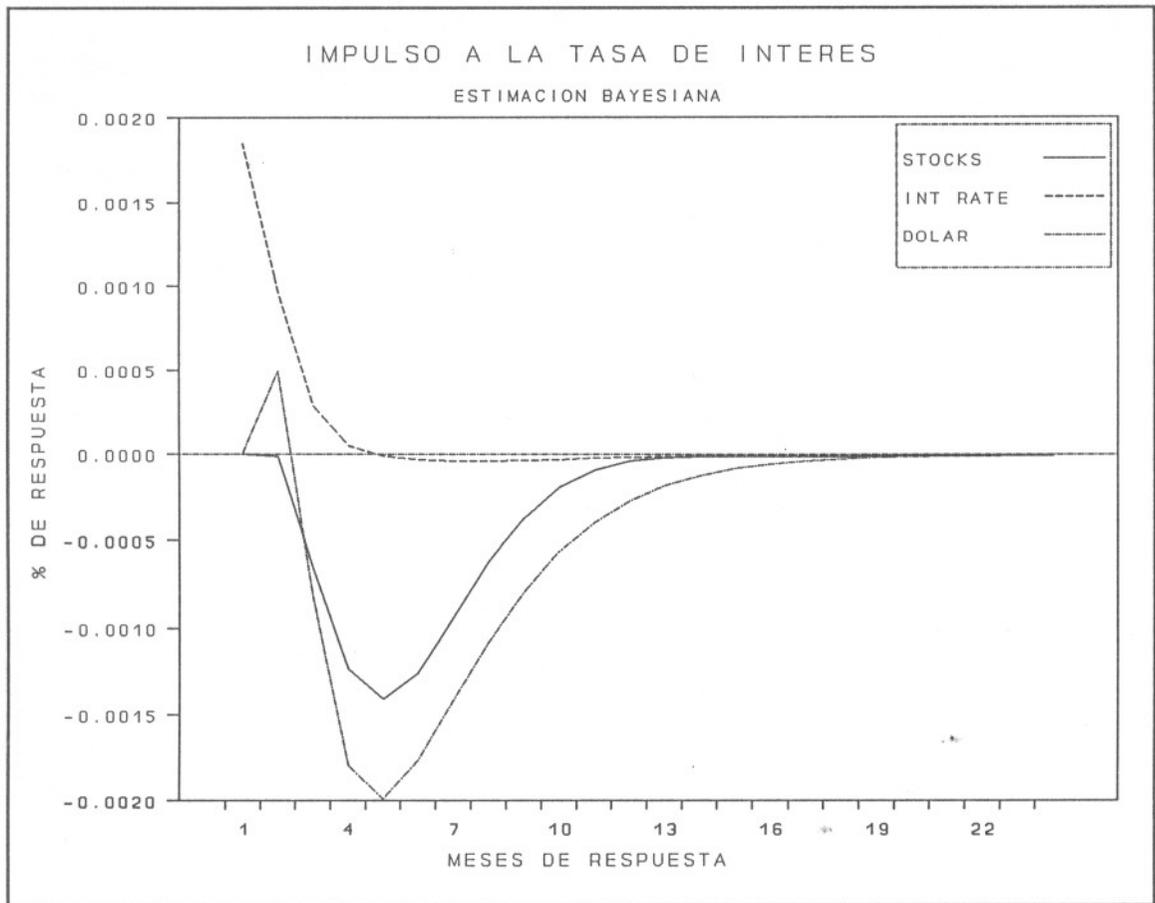
⁵⁰Ver estimaciones en cuadros N°11.1 a 11.3.

simétricos estándar⁵¹, adecuado para sistemas dinámicos pequeños (de menos de cinco ecuaciones).

La simulación del shock a la tasa de interés se presenta en la figura N°8. Esta secuencia es lo que se espera que ocurra desde un punto de vista teórico: depresión del precio de los activos alternativos, para luego alcanzar un nuevo estado estacionario a un nivel inferior al anterior. La etapa de depresión fuerte es durante los primeros cinco meses, para luego empezar la etapa de estacionariedad, la cual se alcanza a un poco más de un año del shock (un año para las acciones, y 19 meses para el precio del dólar).

⁵¹Los priors estándar tienen las siguientes características: (1) los priors correspondientes a las variables determinísticas son no informativos ("flat prior"); (2) las distribuciones prior de las variables endógenas rezagadas son de la clase Independiente-Normal; y, (3) la media de las distribuciones prior de todos los coeficientes es cero, con la única excepción del primer rezago de la variable dependiente en cada ecuación, la cual tiene una media prior de uno.

FIGURA N°8



CUADRO N°11.1

| RESULTADO DE LAS ESTIMACIONES ⁵² | | | | | |
|---|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| ECUACION CON VARIABLE DEPENDIENTE: D2IGPA | | | | | |
| VARIABLE | VAR(*) ⁵³ | VAR | VAREC | VARECMU | BVAR |
| D2IGPA(1) | 1.2375 (13.19) | 1.1781 (12.16) | 1.1588 (11.85) | 1.1548 (11.76) | 1.0886 (12.66) |
| D2IGPA(2) | -0.4877 (5.31) | -0.5 (5.44) | -0.4859 (5.26) | -0.4893 (5.29) | -0.4206 (5.19) |
| DSTASA(1) | 0.3693 (0.47) | 0.0025 (0.003) | -0.0258 (0.03) | 0.0533 (0.07) | -0.1091 (0.18) |
| DSTASA(2) | -0.6176 (0.82) | -0.3974 (0.53) | -0.4882 (0.66) | -0.2503 (0.32) | -0.0905 (0.16) |
| D2DOLAR(1) | 0.2105 (1.26) | 0.2331 (1.32) | 0.2157 (1.22) | 0.0962 (0.44) | 0.1152 (0.98) |
| D2DOLAR(2) | -0.0987 (0.57) | -0.1285 (0.73) | -0.0858 (0.48) | 0.0133 (0.06) | -0.0550 (0.47) |
| TREND | 0.0001 (1.95) | -0.1E-4 (0.09) | 0.22E-4 (0.15) | 0.23E-4 (0.16) | -0.95E-4 (0.58) |
| $\epsilon_{1,t-1}$ | | | -0.006 (1.25) | -0.027 (1.18) | |
| $\xi_{1,t-1}$ | | | | 0.02097 (0.92) | |
| \bar{R}^2 | 0.7814 | 0.7941 | 0.7955 | 0.7951 | 0.8149 |
| DW | 2.0580 | 2.0724 | 2.0569 | 2.0461 | 1.8314 |
| RSS ⁵⁴ | 0.03502 | 0.03074 | 0.03016 | 0.02984 | 0.02542 |

⁵²Los valores entre paréntesis representan los tests t absolutos.

⁵³Este sistema VAR no incluye variables dummies.

⁵⁴Indica Suma al Cuadrado de los Residuos.

CUADRO N°11.2

| RESULTADO DE LAS ESTIMACIONES | | | | | |
|---|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ECUACION CON VARIABLE DEPENDIENTE: DSTASA | | | | | |
| VARIABLE | VAR(*) | VAR | VAREC | VARECMU | BVAR |
| D2IGPA(1) | -8.65E-4 (0.07) | -0.0048 (0.46) | -0.0048 (0.46) | -0.0048 (0.46) | -0.0011 (0.16) |
| D2IGPA(2) | 1.43E-3 (0.12) | 0.01034 (1.04) | 0.01034 (1.04) | 0.01034 (1.04) | 0.005 (0.76) |
| DSTASA(1) | 0.6357 (6.00) | 0.4637 (5.30) | 0.4637 (5.30) | 0.4637 (5.30) | 0.4886 (6.23) |
| DSTASA(2) | -0.1735 (1.72) | -0.1127 (1.40) | -0.1127 (1.40) | -0.1127 (1.40) | -0.1046 (1.48) |
| D2DOLAR(1) | -0.0121 (0.54) | -0.0203 (1.06) | -0.0203 (1.06) | -0.0203 (1.06) | 0.59E-3 (0.05) |
| D2DOLAR(2) | 0.0364 (1.57) | 0.0297 (1.56) | 0.0297 (1.56) | 0.0297 (1.56) | 0.0136 (1.12) |
| TREND | 3.34E-5 (4.52) | 0.81E-4 (5.16) | 0.81E-4 (5.16) | 0.81E-4 (5.16) | 0.56E-4 (3.28) |
| \bar{R}^2 | 0.4783 | 0.6830 | 0.6830 | 0.6830 | 0.6751 |
| DW | 1.8290 | 1.6656 | 1.6656 | 1.6656 | 1.8516 |
| RSS | 0.000636 | 0.00036 | 0.00036 | 0.00036 | 0.00028 |

CUADRO N°11.3

| RESULTADO DE LAS ESTIMACIONES | | | | | |
|--|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| ECUACION CON VARIABLE DEPENDIENTE: D2DOLAR | | | | | |
| VARIABLE | VAR(*) | VAR | VAREC | VARECMU | BVAR |
| D2IGPA(1) | 0.0281 (0.58) | 0.00719 (0.15) | -0.0224 (0.50) | -0.0190 (0.42) | 0.0051 (0.15) |
| D2IGPA(2) | -0.0564 (1.19) | -0.0157 (0.34) | 0.01395 (0.33) | 0.00909 (0.21) | 0.0001 (0.003) |
| DSTASA(1) | 0.8626 (2.13) | 0.71138 (1.77) | 0.72165 (1.98) | 0.71926 (1.96) | 0.3082 (0.98) |
| DSTASA(2) | -1.4460 (3.74) | -1.3530 (3.65) | -1.3604 (4.06) | -1.3332 (3.92) | -0.7467 (2.54) |
| D2DOLAR(1) | 1.1299 (13.11) | 1.11853 (12.70) | 0.95671 (10.87) | 0.94379 (10.38) | 1.0605 (13.30) |
| D2DOLAR(2) | -0.2676 (3.02) | -0.2767 (3.15) | -0.0420 (0.44) | -0.0411 (0.43) | -0.2277 (2.90) |
| TREND | 0.3E-4 (1.14) | 0.11E-3 (1.48) | -0.2E-3 (1.77) | -0.16E-3 (1.82) | 0.15E-3 (1.76) |
| $\epsilon_{2,t-1}$ | | | -0.0588 (4.34) | -0.0269 (0.49) | |
| $\xi_{2,t-1}$ | | | | -0.0317 (0.60) | |
| \bar{R}^2 | 0.8460 | 0.8648 | 0.8890 | 0.8881 | 0.6751 |
| DW | 2.1074 | 2.0375 | 1.9919 | 1.9775 | 1.8516 |
| RSS | 0.00933 | 0.00763 | 0.00619 | 0.00616 | 0.00028 |

De los resultados obtenidos en las estimaciones, reproducidos en los cuadros N°11.1 a 11.3, es posible desprender que en relación a los distintos procedimientos de estimación, en

general existe cierta estabilidad⁵⁵ en los parámetros significativos dentro del sistema. Esto se puede ver en las ecuaciones para las variables D2IGPA, y DSTASA, y en menor medida para la ecuación D2DOLAR.

Claramente estos resultados reafirman lo encontrado en las simulaciones de impulso-respuesta. Las secuencias seguidas por cada variable en las distintas simulaciones, después del impulso a la tasa de interés, son muy similares. En promedio se produce una expansión del precio de los activos alternativos, para después decaer fuertemente y alcanzar su nuevo estado estacionario entre uno y dos años. La demora en encontrar el nuevo estado de equilibrio dependerá del sistema simulado.

Todo esto lleva a pensar en la suficiencia de los instrumentos utilizados actualmente por la autoridad en materia de estabilización de precios (i.e., demanda agregada). En la práctica, un incremento en el nivel de precios a niveles que superan la inflación proyectada, llevará al Banco Central a considerar la posibilidad de incrementar las tasas de interés de los instrumentos que ofrece al mercado financiero. De ser esta la decisión adoptada, que de hecho a ocurrido en el pasado frecuente, de inmediato se percibirán las consecuencias en el mercado bursátil y en el cambiario. Se producirá una depresión en los precios de estos mercados, con en consecuente flujo de dinero hacia el sistema bancario.

El problema se produce cuando el mercado financiero sobrerreacciona a las medidas adoptadas por la autoridad, y la evidencia empírica estaría demostrando que en el corto plazo esto sería así. Parece ser que los desequilibrios producidos en estos mercados son el resultado del trasvasije que ocurre desde y hacia

⁵⁵Esta afirmación no fue testada.

el sector bancario. Mientras la autoridad no tenga certeza del nivel de equilibrio de la tasa de interés, acorde con un nivel de inflación óptimo, las sucesivas convergencias de parte de esta, pueden provocar períodos innecesarios de incertidumbre. La necesidad de certidumbre llevará a los inversores no institucionales a guiarse por criterios tal vez no tan eficientes, como pueden ser la búsqueda de burbujas en alguna acción, o simplemente seguir la moda⁵⁶.

La idea en este punto consiste, no en cuestionar el instrumento utilizado en el proceso de estabilización, sino en poner de manifiesto que un instrumento monetario es insuficiente para un mercado financiero tan pequeño y volátil como el chileno. No se trata de controlar el mercado de las divisas y el de las acciones, sino de intervenirlos de una manera que no incite incertidumbre ni distorsiones más allá de las necesarias, de manera de compensar los efectos adversos que se producen al manejar la estructura de tasas de interés.

6. CONCLUSION

Existe evidencia para suponer que shocks (positivos) producidos a la tasa de interés, conducen a una depresión permanente en los precios de los activos financieros alternativos, tales como las acciones y el dólar. Estos mercados demorarían entre uno a dos años en alcanzar un nuevo estado estacionario.

En el proceso de estabilización del nivel de precios, cuando este alcanza niveles más allá de los presupuestados, la autoridad monetaria debiera considerar intervenir en el mercado financiero no sólo a través de la tasa de interés de sus papeles, sino que

⁵⁶Ver Shiller (1989).

con un conjunto de instrumentos de manera de difundir el shock estabilizador entre varios mercados, y no producir por ende fuertes trasvasijos que pueden conducir a comportamientos caóticos transitorios de algunas de sus variables claves. Con esto lo que se le pide al Banco Central es que considere los efectos que se producen en el muy corto plazo en el mercado financiero cuando toma alguna medida estabilizadora, y no que solamente evalúe sus medidas de acuerdo a su impacto de mediano y largo plazo.

Departamento de Economía, Facultad de Administración y Economía, Universidad de Santiago de Chile, Av. Bdo. O'Higgins 3363, Santiago, CHILE.

REFERENCIAS

- Akaike, H. (1969). "Fitting Autoregressive Models for Prediction", Ann. Inst. Stat. Math., 21 (243-247).
- _____ (1974). "A New Look at the Statistical Model Identification", IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19 (716-23).
- _____ (1977). "On Entropy Maximisation Principle", Applications of Statistics, P. R. Krishnaiah (ed.).
- Anderson, R. L. (1942). "Distribution of the Serial Correlation Coefficient", Annals of Mathematical Statistics, 13 (1-13).
- Anderson, T. W. (1948). "On the Theory of Testing for Serial Correlation", Skandinavisk Aktuarietidskrift, 31 (88-116).
- Aoki, M. (1988). "Cointegration, Error Correction, and Aggregation in Dynamic Models: A Comment", Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 50 (89-95).
- Balke, N. S. y T. B. Fomby (1991). "Infrequent Permanent Shocks and the Finite-sample Performance of Unit Root Tests", Economic Letters, 36 (269-73).
- Bhargava, A. (1986). "On the Theory of Testing for Units Roots in Observed Time Series", Review of Economic Studies, 53 (369-84).

- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins (1970). Time Series Analysis Forecasting and Control. San Francisco, Holden Day.
- Box, G. E. P. y D. A. Pierce (1970). "Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Model", Journal of American Statistical Association, 65 (1509-26).
- Box, G. E. P. y G. C. Tiao (1975). "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems", Journal of the American Statistical Association, 70 (70-9).
- Christiano, L. J. y M. Eichenbaum (1990). "Unit Roots in Real GNP: Do We Know, and Do We Care?", Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy, 32 (7-61).
- Davidson, J. (1991). "The Cointegration Properties of Vector Autoregression Models", Journal of Time Series Analysis, 12 (41-62).
- Davies, N. y P. Newbold (1979). "Some Power Studies of a Portmanteau Test of Time Series Model Specification", BIOMETRIKA, 66 (153-5).
- Dickey, D. A. (1976). "Estimation and Testing of Nonstationary Time Series", Ph.D. Thesis, Iowa State University.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1979). "Distribution of the estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of American Statistical Association, 74 (427-31).
- _____ (1981). "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", ECONOMETRICA, 49 (1057-72).
- Diebold, F. X. y M. Nerlove (1990). "Unit Roots in Economic Time Series: A Selective Survey", Advances in Econometrics: Co-integration, Spurious Regressions, and Unit Roots, (Vol. 8) T. B. Fomby y G. F. Rhodes (eds.).
- Durbin, J. y G. S. Watson (1950). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression I", BIOMETRIKA, 37 (409-28).
- _____ (1951). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression II", BIOMETRIKA, 38 (159-78).
- _____ (1971). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression III", BIOMETRIKA, 58 (1-19).
- Durlauf, S. N. y P. C. B. Phillips (1988). "Trends versus Random Walks in Time Series Analysis", ECONOMETRICA, 56 (1333-54).
- Engle, R. F. y C. W. J. Granger (1987). "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", ECONOMETRICA, 55 (251-76).
- Engle, R. F. y B. S. Yoo (1987). "Forecasting and Testing in Co-integrated Systems", Journal of Econometrics, 35 (143-59).

- Evans, G. B. A. y N. E. Savin (1981a). "Testing for Unit Roots: 1", ECONOMETRICA, 49 (753-77).
- _____ (1981b). "The Calculations of the Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of the Parameter in a Random Walk Model", Annals of Statistics, 9 (1114-8)
- _____ (1984). "Testing for Unit Roots: 2", ECONOMETRICA, 52 (1241-70).
- Fountis, N. G. (1983). "Testing for Unit Roots in Multivariate Autoregressions", Ph.D. Thesis, Iowa State University.
- Fountis, N. G. y D. A. Dickey (1989). "Testing for a Unit Root Nonstationarity in Multivariate Autoregressive Time Series", Annals of Statistics, 17 (419-28).
- Fuller, W. A. (1976). Introduction to Statistical Time Series. Wiley, New York.
- Geweke, J., R Meese y W Dent (1983). "Comparing Alternative Tests of Causality in Temporal Systems", Journal of Econometrics, 21 (161-94).
- Granger, C. W. J. (1969). "Investigating casual Relations by Econometric Models and Cross-spectral Models", ECONOMETRICA, 37 (424-38).
- _____ (1986). "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 48 (213-28).
- Granger, C. W. J. y A. Escribano (1986). "Limitation on the Long-Run Relationship Between Prices from an Efficient Market", UCSD Discussion Paper.
- Granger C. W. J. y T.-H. Lee (1989). "Investigation of Production, Sales and Inventory Relationships Using Multicointegration and Nonsymmetric Error Correction Models", Journal of Applied Econometrics.
- _____ (1990). "Multicointegration", Advances in Econometrics: Co-integration, Spurious Regressions, and Unit Roots, (Vol. 8) T. B. Fomby y G. F. Rhodes (eds).
- Granger, C. W. J. y P. Newbold (1974). "Spurious Regressions in Econometrics", Journal of Econometrics, 2 (111-20).
- _____ (1986). Forecasting Economic Time Series. Second Edition, Academic Press, Inc.
- Hannan, E. J. y B. G. Quinn (1979). "The Determination of the Order of an Autoregression", Journal of the Royal Statistical Society, B 42 (190-95).
- Hasza, D. P. y W. A. Fuller (1979). "Estimation for Autoregressive Processes with Unit Roots", Annals of Statistics, 7 (1106-20).

- Hendry, D. F. (1986). "Econometric Modelling with Cointegrated Variables: an Overview", Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 48 (201-12).
- Hendry, D. F. y A. J. Neale (1989). "The Impact of Structural Breaks on Unit-root Tests", mimeo Nuffield College, Oxford.
- Johansen, S. (1991). "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models", ECONOMETRICA, 59 (1551-80).
- Johnson, Ch. (1992). "Burbujas Especulativas en el Mercado Accionario Chileno", Revista de Economía y Administración, (por aparecer).
- Kennedy, P. (1992). A Guide to Econometrics. MIT Press, Cambridge, MA.
- Lee, H. S. y P. L. Siklos (1991). "Unit Roots in Macroeconomic Time Series: Canadian Evidence", Economic Letters, 35 (273-77).
- Ljung, G. M. y G. E. P. Box (1978). "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", BIOMETRIKA, 65 (297-303).
- Lütkepohl, H. (1985). "Comparison of Criteria for Estimating the Order of a Vector Autoregressive Process", Journal of Time Series Analysis, 6 (35-52).
- Lütkepohl, H y H.-E. Reimers (1992). "Impulse Response Analysis of Cointegrated Systems", Journal of Economic Dynamics and Control, 16 (53-78).
- Maddala, G. (1977). Econometrics. New York, McGraw Hill.
- Meller, P. y A. Solimano (1984). "El Mercado de Capitales Chileno: 'Laissez-faire', Inestabilidad Financiera y Burbuja Especulativa", mimeo CIEPLAN.
- Perron, P. (1990). "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", Journal of Business and Economics Statistics, 8 (153-62).
- Phillips, P. C. B. (1985a). "Time Series Regression with Unit Roots", Cowles Foundation Discussion Paper, 740.
- _____ (1986a). "Understanding Spurious Regressions in Econometrics", Journal of Econometrics, 33 (311-40).
- _____ (1986b). "Towards a Unified Asymptotic Theory for Autoregression", Cowles Foundation Discussion Paper, 782.
- _____ (1988). "Regression Theory for Near-Integrated Time Series", ECONOMETRICA, 56 (1021-43).
- _____ (1991). "Optimal Inference in Cointegrated Systems", ECONOMETRICA, 59 (283-306).
- Phillips, P. C. B. y S. N. Durlauf (1985). "Multiple Time Series Regression with Integrated Processes", Review of Economic Studies, 53 (473-96).

- Rissanen, J. (1978). "Modeling by Shortest Data Description", AUTOMATICA, 14 (465-71).
- Said, S. E. (1991). "Unit-Roots Tests for Time-Series Data with a Linear Time Trend", Journal of Econometrics, 47 (285-303).
- Sargan, J. D. y A. Bhargava (1983). "Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk", ECONOMETRICA, 51 (153-74).
- Schwarz, G. (1978). "Estimating the Dimension of a Model", Annals of Statistics, 6 (461-4).
- Shiller, R. J. (1989). Market Volatility. MIT Press, Cambridge, MA.
- Shoensmith, G. L. (1992). "Co-integration, Error Correction and Improved Medium-term Regional VAR Forecasting", Journal of Forecasting, 11 (91-109).
- Sims, C. A. (1972). "Money, Income and Causality", American Economic Review, 62 (540-52).
- _____ (1980). "Macroeconomics and Reality", ECONOMETRICA, 48 (1-48).
- Stock, J. H. (1987). "Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors", ECONOMETRICA, 55 (1035-56).
- _____ (1990). "Unit Roots in Real GNP: Do We Know and Do We Care? A Comment", Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy, 32 (63-82).
- Theil, H. (1971). Principles of Econometrics. Wiley and Sons.
- Tiao, G. C. y G. E. P. Box (1981). "Modeling Multiple Time Series with Applications", Journal of American Statistical Association, 76 (802-16).
- Wallace T. D. (1988). Econometrics: An Introduction. Addison Wesley.
- White, J. S. (1958). "The Limiting Distribution of the Serial Correlation Coefficient in the Explosive Case", Annals of Mathematical Statistics, 29 (1188-97).
- Yule, G. U. (1926). "Why Do We Sometime Get Nonsense Correlations Between Time Series? A Study in Sampling and the Nature of Time Series", Journal of the Royal Statistical Society, 89 (1-64).